

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

538, 30

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА ВЕЩЕСТВ С ОДНОВРЕМЕННО  
ОТРИЦАТЕЛЬНЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ  $\epsilon$  И  $\mu$ 

В. Г. Веселаго

## I. ВВЕДЕНИЕ

Диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  и магнитная проницаемость  $\mu$  являются основными характеристиками, которые определяют распространение электромагнитных волн в веществе. Это связано с тем, что они являются единственными параметрами вещества, входящими в дисперсионное уравнение

$$\left| \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{il} \mu_{lj} - k^2 \delta_{ij} + k_i k_j \right| = 0, \quad (1)$$

которое задает связь между частотой  $\omega$  монохроматической волны и ее волновым вектором  $k$ . В том случае, если вещество изотропно, уравнение (1) упрощается:

$$k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} n^2. \quad (2)$$

Здесь  $n^2$  — квадрат коэффициента преломления вещества, равный

$$n^2 = \epsilon \mu. \quad (3)$$

Если не учитывать потерь и считать  $n$ ,  $\epsilon$  и  $\mu$  действительными числами, то из (2) и (3) видно, что одновременная смена знаков  $\epsilon$  и  $\mu$  никак не отражается на этих соотношениях. Такое положение может быть объяснено различными способами. Во-первых, можно признать, что свойства веществ действительно не зависят от одновременной смены знаков  $\epsilon$  и  $\mu$ . Во-вторых, может оказаться, что одновременная отрицательность  $\epsilon$  и  $\mu$  противоречит каким-либо основным законам природы, и поэтому вещества с  $\epsilon < 0$  и  $\mu < 0$  не могут существовать. Наконец, следует признать, что вещества с отрицательными  $\epsilon$  и  $\mu$  обладают какими-то свойствами, отличными от свойств веществ с положительными  $\epsilon$  и  $\mu$ . Как мы увидим в дальнейшем, осуществляется именно этот третий случай. Нужно подчеркнуть, что до сих пор нет ни одного эксперимента, в котором наблюдались бы вещества с  $\epsilon < 0$  и  $\mu < 0$ . Однако сейчас можно высказать ряд соображений о том, где и как такие вещества искать. Так как электродинамика веществ с  $\epsilon < 0$  и  $\mu < 0$ , на наш взгляд, представляет несомненный интерес вне зависимости от наличия в наших руках таких веществ сегодня, то мы вначале рассмотрим ее чисто формально. Затем во второй половине статьи будут рассмотрены вопросы, связанные с физическим осуществлением веществ с  $\epsilon < 0$  и  $\mu < 0$ .

II. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН В ВЕЩЕСТВЕ С  $\epsilon < 0$  И  $\mu < 0$ .  
«ПРАВЫЕ» И «ЛЕВЫЕ» ВЕЩЕСТВА

Для того чтобы выявить электродинамические закономерности, существенно связанные со знаком  $\epsilon$  и  $\mu$ , следует обратиться к тем соотношениям, в которых  $\epsilon$  и  $\mu$  выступают раздельно, а не в виде произведения, как это имеет место в (1) — (3). Такими соотношениями являются прежде всего уравнения Максвелла и материальные уравнения

$$\left. \begin{aligned} \text{rot } \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ \text{rot } \mathbf{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \\ \mathbf{B} &= \mu \mathbf{H}, \\ \mathbf{D} &= \epsilon \mathbf{E}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{B} &= \mu \mathbf{H}, \\ \mathbf{D} &= \epsilon \mathbf{E}. \end{aligned} \right\} \quad (4')$$

Для плоской монохроматической волны, у которой все величины пропорциональны  $e^{i(kz - \omega t)}$ , выражения (4) и (4') сводятся к

$$\left. \begin{aligned} [\mathbf{kE}] &= \frac{\omega}{c} \mu \mathbf{H}, \\ [\mathbf{kH}] &= -\frac{\omega}{c} \epsilon \mathbf{E}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Из этих выражений сразу же видно, что если  $\epsilon > 0$

и  $\mu > 0$ , то  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{k}$  образуют правую тройку векторов, а если  $\epsilon < 0$  и  $\mu < 0$  — левую<sup>1</sup>. Если ввести для векторов  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{k}$  направляющие косинусы и обозначить их через  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$ ,  $\gamma_i$  соответственно, то волна, распространяющаяся в данной среде, будет характеризоваться матрицей<sup>2</sup>

$$G \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Определитель этой матрицы равен +1, если тройка векторов  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{k}$  правая, и -1, если эта тройка левая. Обозначив этот определитель через  $p$ , можно сказать, что  $p$  характеризует «правизну» данной среды. Среда является «правой», если  $p = +1$  и «левой», если  $p = -1$ . Элементы матрицы (6) удовлетворяют соотношению

$$G_{ik} = p A_{ik}. \quad (7)$$

Здесь  $A_{ik}$  — алгебраическое дополнение для элемента  $G_{ik}$ . Кроме того, элементы  $G$  ортонормированы. Поток энергии, переносимой волной, определяется вектором Пойнтинга  $\mathbf{S}$ , который равен

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E}\mathbf{H}]. \quad (8)$$

Вектор  $\mathbf{S}$  в соответствии с (8) всегда образует с векторами  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  правую тройку. Таким образом, для правых веществ  $\mathbf{S}$  и  $\mathbf{k}$  направлены в одну сторону, а для левых — в разные<sup>3</sup>. Так как вектор  $\mathbf{k}$  совпадает по направлению с фазовой скоростью, то ясно, что левые вещества являются

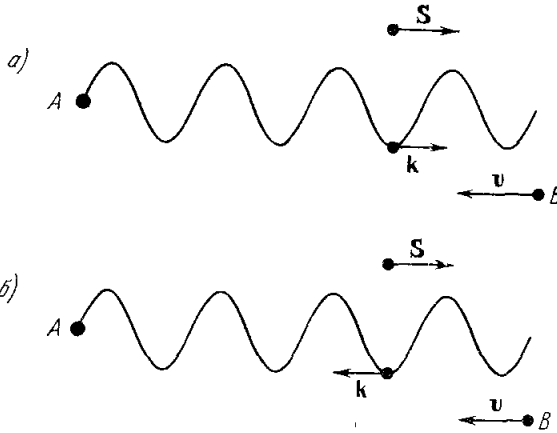


Рис. 1. а) Допплер-эффект в правом веществе.  
б) Допплер-эффект в левом веществе.  
Буквой А обозначен источник излучения, буквой В —  
присмник.

веществами с так называемой отрицательной групповой скоростью, которая осуществляется, в частности, в анизотропных веществах или при наличии пространственной дисперсии <sup>4</sup>. В дальнейшем мы будем пользоваться термином «левое вещество» исключительно для краткости, имея в виду, что этот термин эквивалентен термину «вещество с отрицательной групповой скоростью». Рассмотрим теперь следствия, которые вытекают из того обстоятельства, что в левых веществах фазовая скорость противоположна потоку энергии. Прежде всего в левых веществах будет наблюдаться обращенный доплер-эффект <sup>1, 3</sup>.

Действительно, пусть, например, приемник излучения, находящийся в левой среде, движется относительно излучателя, который излучает частоту  $\omega_0$ . При своем движении приемник будет догонять точки волны, соответствующие какой-либо определенной фазе, как это изображено на рис. 1. Частота, воспринимаемая приемником, будет меньше  $\omega_0$ , а не больше, как это было бы в обычной (правой) среде. Воспользовавшись величиной  $p$  для данной среды, формулу доплеровского сдвига можно записать в виде

$$\omega = \omega_0 \left( 1 - p \frac{v}{u} \right). \quad (9)$$

При этом скорость приемника  $v$  считается положительной при удалении от источника. Скорость потока энергии  $u$  считается всегда положительной.

Так же как и эффект Доплера, будет обращен эффект Вавилова—Черенкова <sup>1, 3</sup>. Если частица движется в среде со скоростью  $v$  (рис. 2) по прямой, то она будет излучать по закону  $e^{i(k_z z + k_r r - \omega t)}$ , причем волновой вектор излучения будет равен  $k = \frac{K_z}{\cos \theta}$  и направлен по скорости  $v$ . Величина  $k_r$  будет различной в разных средах, в соответствии с выражением

$$k_r = p \left| \sqrt{k^2 - k_z^2} \right|. \quad (10)$$

Такой выбор знака перед корнем в (10) всегда будет обеспечивать уход энергии от излучающей частицы на бесконечность. При этом очевидно, что для левых сред вектор  $k_r$  будет направлен к траектории частицы, а конус излучения будет направлен назад по отношению к движению частицы. Это соответствует тупому углу  $\theta$  между  $v$  и  $S$ . Этот угол для сред любой правизны можно определить из выражения

$$\cos \theta = p \left| \sqrt{\frac{c^2}{v^2 n^2}} \right|. \quad (11)$$

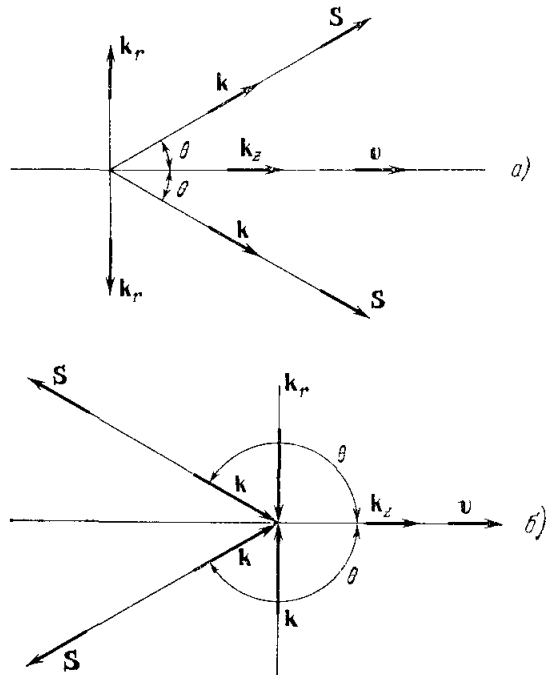


Рис. 2. а) Эффект Вавилова — Черенкова в правом веществе. б) То же в левом веществе.

### III. ПРЕЛОМЛЕНИЕ ЛУЧА НА ГРАНИЦЕ ДВУХ СРЕД С РАЗЛИЧНОЙ ПРАВИЗНОЙ

При переходе луча света из одной среды в другую граничные условия

$$E_{t_1} = E_{t_2}, \quad H_{t_1} = H_{t_2}, \quad (12)$$

$$\epsilon_1 E_{n_1} = \epsilon_2 E_{n_2}, \quad \mu_1 H_{n_1} = \mu_2 H_{n_2} \quad (13)$$

должны выполняться вне зависимости от того, имеют ли эти среды одинаковую правизну или разную. Из (12) следует, что  $x$ - и  $y$ -компоненты полей  $E$  и  $H$  в преломленном луче сохраняют свое направление независимо от правизны обеих сред. Что касается  $z$ -компонент, то они сохраняют свое направление только тогда, когда правизна обеих сред одинакова. Если же правизна различна, то  $z$ -компоненты меняют знак. Это соответствует тому, что при переходе в среду с другой правизной векторы  $E$  и  $H$  не только изменяются по величине из-за различия в  $\epsilon$  и  $\mu$ , но еще и испытывают зеркальное отражение относительно границы раздела двух сред. То же самое происходит и с вектором  $k$ . Одновременное зеркальное отражение всей тройки векторов как раз и соответствует изменению знака определителя  $G$  в (6). Ход преломленного луча, получающийся в результате такого отражения тройки векторов, изображен на рис. 3. Как мы видим, преломленный луч во второй, левой среде будет идти симметрично относительно оси  $z$  по сравнению со случаем, когда вторая среда — правая<sup>5</sup>. Следует заметить, что отраженный луч всегда направлен одинаково, вне зависимости от правизны обеих сред. Из рис. 3 видно, что обычная формула Снеллиуса

Рис. 3. Прохождение луча через границу двух сред. 1 — падающий луч, 2 — отраженный луч, 3 — преломленный луч, если вторая среда левая, 4 — преломленный луч, если вторая среда правая.

нуждается в уточнении, если среды 1 и 2 обладают различной правизной. Правильная запись формулы (14) имеет вид

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = n_{1,2} = \sqrt{\frac{\epsilon_2 \mu_2}{\epsilon_1 \mu_1}} \quad (14)$$

Здесь  $p_1$  и  $p_2$  — правизна первой и второй сред соответственно. Из выражения (15) ясно, что коэффициент преломления двух сред может быть и отрицательным, если правизна этих сред различна. В частности, отрицателен коэффициент преломления левых сред относительно вакуума<sup>1</sup>.

При нахождении амплитуд проходящего и отраженного света обычно пользуются формулами Френеля<sup>2</sup>. В эти формулы входят величины  $\epsilon$ ,  $\mu$ ,  $n$ ,  $\varphi$ ,  $\psi$ . Чтобы не сделать ошибки, в формулах Френеля следует всегда пользоваться абсолютными значениями этих величин.

Интересен случай, когда луч переходит из среды, характеризующейся значениями  $\epsilon_1 > 0$ ,  $\mu_1 > 0$ , в среду, характеризующуюся величинами  $\epsilon_2 = -\epsilon_1$  и  $\mu_2 = -\mu_1$ . В этом случае луч испытывает преломление на границе двух сред, но отраженный луч отсутствует. Использование левых веществ позволило бы в принципе создать весьма необычные преломляющие системы. Примером такой системы является простая пластина толщи-

ной  $d$  из левого вещества с  $n = -1$ , находящаяся в вакууме. На рис. 4 показано, что такая пластина может фокусировать в точку излучение точечного источника, находящегося на расстоянии  $l < d$  от пластины. Однако это не есть линза в обычном смысле слова, так как она не будет фокусировать в точку пучок лучей, приходящий из бесконечности. Что касается настоящих линз, то ход лучей через линзы из левого вещества изображен на рис. 5.

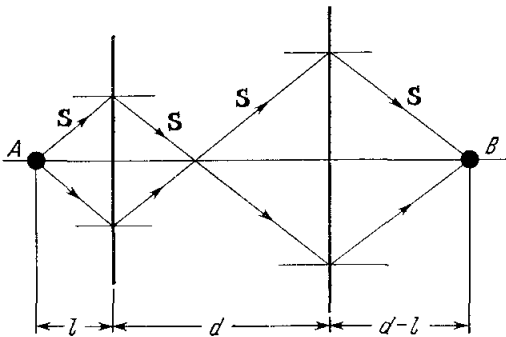


Рис. 4. Прохождение луча света через пластину из левого вещества толщиной  $d$ . A — источник излучения, B — приемник излучения.

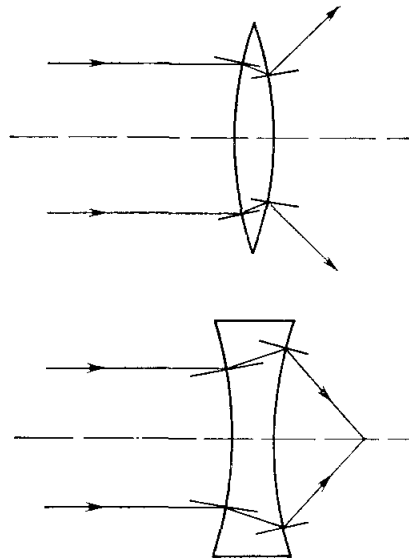


Рис. 5. Ход лучей через линзы из левого вещества, находящиеся в вакууме.

Как видно, выпуклая и вогнутая линза «поменялись местами», так как выпуклая линза является рассеивающей, а вогнутая — собирающей.

Монохроматическую волну в левой среде можно рассматривать как поток фотонов, каждый из которых обладает импульсом  $p = \hbar k$ , причем вектор  $k$  направлен к источнику излучения, а не от него, как это имеет место в правой среде. Поэтому луч света, распространяющийся в левой среде, при падении на отражающее тело передает ему импульс  $p = 2N\hbar k$  ( $N$  — число падающих фотонов), направленный к источнику излучения, как это изображено на рис. 6. В связи с этим световое давление, характерное для обычных (правых) веществ, в левых веществах заменяется световым притяжением.

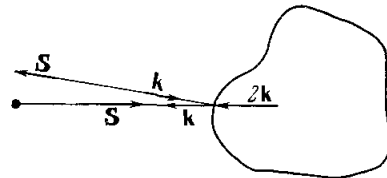


Рис. 6. Отражение луча, распространяющегося в среде с  $\epsilon < 0$  и  $\mu < 0$  от идеально отражающего тела.

Черной точкой обозначен источник излучения.

Таковы некоторые черты электродинамики левых веществ. Рассмотрим теперь вопрос об их физическом осуществлении. Для этого прежде всего рассмотрим, какие именно значения  $\epsilon$  и  $\mu$  могут иметь различные вещества.

#### IV. КАКИЕ ЗНАЧЕНИЯ $\epsilon$ И $\mu$ В ПРИНЦИПЕ ВОЗМОЖНЫ?

На рис. 7 изображена система координат, на осях которой откладываются величины  $\epsilon$  и  $\mu$ . Мы попытаемся разместить на ней все известные вещества, ограничившись сначала случаем, когда  $\epsilon$  и  $\mu$  изотропны. Тогда в первом квадранте разместится большинство изотропных диэлектриков, у которых  $\epsilon$  и  $\mu$  положительно. Во втором квадранте ( $\epsilon < 0, \mu > 0$ ) будет находиться плазма, как газообразная <sup>6</sup>, так и плазма твердых тел <sup>7-9</sup>.

В плазме без магнитного поля величина  $\varepsilon$  равна

$$\varepsilon = 1 - \sum \frac{\omega_0^2}{\omega^2}, \quad (16)$$

где  $\omega_0^2 = \frac{4\pi N e^2}{m}$ ,  $N$  — концентрация носителей,  $e$  — их заряд,  $m$  — масса, а суммирование происходит по всем типам носителей. Нетрудно

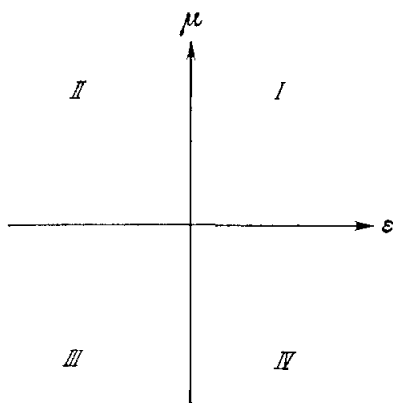


Рис. 7. Диаграмма  $\varepsilon - \mu$ .

видеть, что при малых частотах  $\varepsilon$  оказывается меньше нуля. При  $\varepsilon < 0$  и  $\mu > 0$  величина  $n^2$  в соответствии с (3) оказывается отрицательной, что и приводит к отражению волн от такой среды. Это обстоятельство хорошо подтверждается экспериментом, например, в ионосфере.

Третий и четвертый квадранты на рис. 7 не заняты. До сих пор не известно ни одно изотропное вещество с  $\mu < 0$ . Как мы увидим в дальнейшем, это не случайно.

Перейдем теперь к анизотропным веществам. В этом случае величины  $\varepsilon$  и  $\mu$  являются тензорами, и нельзя непосредственно пользоваться диаграммой типа рис. 7. Однако в некоторых веществах это можно сделать для волн, распространяю-

щихся в определенных направлениях. Особенно интересны в этом отношении гиротропные среды. Тензоры  $\varepsilon_{ik}$  и  $\mu_{ik}$  для гиротропных сред имеют вид

$$\varepsilon_{ik} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & i\varepsilon_2 & 0 \\ -i\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix}, \quad (17)$$

$$\mu_{ik} = \begin{pmatrix} \mu_1 & i\mu_2 & 0 \\ -i\mu_2 & \mu_1 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_3 \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Хорошо известным примером гиротропной среды является плазма в магнитном поле, которая характеризуется тензором  $\varepsilon_{ik}$  вида (17) и скалярным значением  $\mu$ . Если в такой плазме распространяется плоская циркулярно-поляризованная поперечная волна вида  $e^{i(kz - \omega t)}$ , причем  $\mathbf{k} \parallel z \parallel \mathbf{H}_0$ , то значение  $n^2$  равно

$$n^2 = \mu (\varepsilon_1 \pm \varepsilon_2). \quad (19)$$

Знак  $\pm$  соответствует двум направлениям поляризации волны. Если  $|\varepsilon_2| < |\varepsilon_1|$  и  $\varepsilon_1 > 0$ , то в плазме могут распространяться две волны, если же  $|\varepsilon_2| > |\varepsilon_1| = -\varepsilon_1$ , то распространяется только одна волна, для которой  $n^2 > 0$ . В этих случаях плазма должна быть помещена в первый квадрант рис. 7 ( $\mu$  имеет порядок 1). Что касается второй волны, при  $|\varepsilon_2| > |\varepsilon_1| = -\varepsilon_1$ , то она не может распространяться, так как для нее  $\varepsilon < 0$ , что в соответствии с (19) приводит к мнимым значениям  $n$ . В этом случае плазма относится ко второму квадранту рис. 7.

Другим примером гиротропных сред являются различные магнетики, у которых, в противоположность плазме, тензорный характер имеет  $\mu$ , а не  $\varepsilon$ . Для магнетиков аналогом (19) является выражение

$$n^2 = \varepsilon (\mu_1 \pm \mu_2). \quad (20)$$

Здесь также в принципе можно осуществить такое положение, когда  $|\mu_2| > |\mu_1| = -\mu_1$ , и этот случай будет соответствовать четвертому квадранту рис. 7.

В последнее время начали интенсивно изучаться гиротропные вещества, у которых тензорный характер носят  $\epsilon$  и  $\mu$ <sup>10-15</sup>. Примером таких веществ являются, например, чистые ферромагнитные металлы и полупроводники. Для таких веществ коэффициент преломления циркулярно-поляризованной волны, идущей вдоль поля, равен

$$n^2 = (\epsilon_1 \pm \epsilon_2)(\mu_1 \pm \mu_2), \quad (21)$$

и легко видеть, что в этом случае эффективные электрическая и магнитная проницаемости обе меньше нуля, в то время как  $n^2$  остается положительным и волна будет распространяться<sup>3, 13, 15</sup>. Такие вещества заполняют последний, третий квадрант рис. 7. Таким образом, мы видим, что вещества с  $\epsilon < 0$  и  $\mu < 0$  нужно искать прежде всего среди гиротропных сред. При этом очевидно, что отрицательные значения  $\epsilon$  и  $\mu$  в гиротропных веществах осуществимы только для тех волн, которые распространяются вдоль магнитного поля. Для других направлений распространения значения  $\epsilon$  и  $\mu$  уже не могут рассматриваться как скаляры. Тем не менее, для некоторого интервала углов между  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{k}$  векторы  $\mathbf{S}$  и  $\mathbf{k}$  будут составлять угол, близкий к  $180^\circ$ , и будут качественно выполняться все те закономерности, которые характерны для левых веществ.

В заключение этого раздела заметим, что одновременно отрицательные значения  $\epsilon$  и  $\mu$  могут осуществляться только при наличии частотной дисперсии. Действительно, из соотношения

$$W = \epsilon E^2 + \mu H^2 \quad (22)$$

видно, что при отсутствии частотной дисперсии и поглощения не может быть  $\epsilon < 0$  и  $\mu < 0$ , так как в этом случае полная энергия поля будет отрицательна. Однако при наличии частотной дисперсии соотношение (22) должно быть заменено на

$$W = \frac{\partial(\epsilon\omega)}{\partial\omega} E^2 + \frac{\partial(\mu\omega)}{\partial\omega} H^2. \quad (23)$$

Для того чтобы энергия  $W$  из (23) была положительна, требуется, чтобы

$$\frac{\partial(\epsilon\omega)}{\partial\omega} > 0, \quad \frac{\partial(\mu\omega)}{\partial\omega} > 0. \quad (24)$$

Эти неравенства не противоречат, вообще говоря, одновременной отрицательности  $\epsilon$  и  $\mu$ , но требуют для своего осуществления обязательной зависимости  $\epsilon$  и  $\mu$  от частоты.

Здесь уместно подчеркнуть, что вывод о световом притяжении в левых веществах, полученный в конце раздела III из квантовых соображений, может быть получен и чисто классически. Для этого необходимо воспользоваться классическим выражением для импульса поля<sup>17</sup>

$$\mathbf{p} = \frac{\epsilon\mu}{c^2} \mathbf{S} + \frac{\mathbf{k}}{2} \left( \frac{\partial\epsilon}{\partial\omega} E^2 + \frac{\partial\mu}{\partial\omega} H^2 \right), \quad (25)$$

соотношениями (23) и (24), а также связью между вектором Пойнтинга  $\mathbf{S}$  и групповой скоростью  $\mathbf{v}_{гр} = \frac{\partial\omega}{\partial\mathbf{k}}$

$$\mathbf{S} = W \cdot \mathbf{v}_{гр}. \quad (26)$$

Комбинируя выражения (23) — (26), получаем

$$\mathbf{p} = \frac{W}{\mathbf{v}_{гр}} = \frac{W}{\omega} \cdot \mathbf{k}. \quad (27)$$

Отсюда следует, что в левых веществах импульс поля  $\mathbf{p}$  направлен противоположно вектору Пойнтинга  $\mathbf{S}$ .

### V. ГИРОТРОПНЫЕ ВЕЩЕСТВА, ОБЛАДАЮЩИЕ ПЛАЗМЕННЫМИ И МАГНИТНЫМИ СВОЙСТВАМИ

Такие гиротропные среды характерны тем, что у них имеются, во-первых, достаточно подвижные носители, образующие электронно-дырочную плазму, и во-вторых, существует система взаимодействующих спинов, обеспечивающая большую магнитную восприимчивость. Это обеспечивает одновременное распространение спиновых и плазменных волн, между которыми, естественно, осуществляется взаимодействие. Если это взаимодействие достаточно сильное, то волны, распространяющиеся в таком веществе, носят уже смешанный, спиново-плазменный характер. Значения  $\epsilon$  и  $\mu$  в этом случае имеют следующий вид <sup>15</sup>:

$$\epsilon = 1 - \sum' \frac{\omega_0^2}{\omega(\omega \pm \Omega)}, \quad \mu = 1 + \frac{\omega_s}{\eta k^2 + \Omega' \pm \omega}, \quad (28)$$

$$n^2 = \epsilon\mu. \quad (29)$$

Здесь  $\omega$  — частота,  $\omega_0^2 = \frac{4\pi N e^2}{m}$  — квадрат плазменной частоты,  $N$  — концентрация носителей;  $m$  — их масса; суммирование производится по всем типам носителей;  $\Omega = \frac{eB}{mc}$ ,

$$B = H_0 + 4\pi M_s, \quad \omega_s = \frac{ge}{2m_0c} \cdot 4\pi M_s, \quad \Omega' = \frac{ge}{2m_0c} H_0, \quad \eta = -\frac{ge}{m_0} \frac{A}{M_s},$$

$H_0$  — внешнее поле,  $M_s$  — намагниченность насыщения,  $A$  — константа обменного взаимодействия,  $m_0$  — масса электрона,  $e$  — его заряд.

В работе <sup>15</sup> сделан графический анализ уравнения (29) с учетом  $\epsilon$  и  $\mu$  вида (28); показано, что при некоторых соотношениях между параметрами, входящими в (28), в проводящих ферромагнетиках возможно распространение волн при  $\epsilon < 0$  и  $\mu < 0$ . Примерами таких проводящих ферромагнетиков могут служить, во-первых, ферромагнитные металлы, например, никель. Уже имеется сообщение <sup>18</sup> о наблюдении связанных спиново-плазменных волн в этом металле, однако неясно, какие значения имели при этом величины  $\epsilon$  и  $\mu$ , в частности, были ли они отрицательны? Что касается полупроводников, обладающих магнитными свойствами, то в последнее время указано <sup>19-21</sup> несколько таких соединений, в частности,  $\text{CuFeS}_2$ ,  $\text{UTe}_2$ ,  $\text{InSb}$  —  $\text{FeSb}$  и др. В настоящее время эти материалы обладают еще очень малой подвижностью носителей, что не позволяет пока наблюдать в них слабо затухающие волны. Однако непрерывный прогресс в технологии дает надежду на получение этих материалов с хорошей подвижностью, и тогда, безусловно, станут реальными и опыты с веществами, у которых  $\epsilon$  и  $\mu$  меньше нуля. Следует заметить, что такие опыты с гиротропными веществами смогут подтвердить только некоторые свойства левых веществ, которые изложены выше. Например, очень трудно будет поставить эксперименты по преломлению волн, поскольку для лучей, распространяющихся в левых веществах под углом к внешнему магнитному полю, соотношение (21) уже не действительно. Как уже говорилось, оно будет приближенно верным лишь для малых углов между полем и вектором  $\mathbf{k}$  и все опыты придется ставить так, чтобы не выходить за пределы этого угла. Учитывая эти трудности, было бы очень желательно иметь изотропное левое вещество. К сожалению, как уже говорилось, мы не знаем ни одного вещества, которое было бы изотропно и имело бы  $\mu < 0$ . Это происходит потому, что источниками магнитного поля являются не заряды, а диполи. Если бы магнитное поле, как и электрическое, могло исходить из зарядов, то газ из таких зарядов имел бы магнитную



проницаемость, по аналогии с (16),

$$\mu = -1 - \frac{\omega_M^2}{\omega^2}. \tag{30}$$

Здесь  $\omega_M^2 = 1 - \frac{4\pi N g_1}{m_1}$ ,  $N_1$  — концентрация зарядов,  $g_1$  — их величина,  $m_1$  — масса. Гипотеза о существовании таких зарядов была высказана Дираком еще в 1931 г. <sup>22</sup>; возможным свойствам этого заряда (монополя Дирака) было посвящено много работ, например, обзор <sup>23</sup>, а также <sup>24-26</sup>. Однако попытки его обнаружения пока ничего не дали <sup>23-27</sup>. Если бы монополь был найден, то смесь из обычной плазмы и газа монополей имела бы величину  $\mu$  в соответствии с (30), а  $\epsilon$  этой смеси было бы равно

$$\epsilon = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}. \tag{31}$$

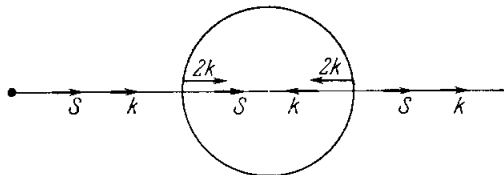


Рис. 8. Прохождение луча через шар с  $\epsilon < 0$  и  $\mu < 0$ , падающий в вакууме. Черной точкой обозначен источник излучения.

На достаточно низких частотах такая смесь была бы левым изотропным веществом.

Представим себе <sup>28</sup>, что такая смесь равномерно заполняет достаточно большую сферическую область пространства, а за пределами этой области находится вакуум. Пусть, для простоты, внутри этой сферы  $\omega_M = \omega_0$ , а снаружи на сферу падает излучение с такой частотой, что внутри сферы  $\epsilon = \mu = -1$ . Тогда падающий луч не будет испытывать отражения в точках входа и выхода из сферы. В то же время в этих точках сфере будет передаваться импульс, направленный к ее центру, как это изображено на рис. 8. Если представить себе, что сфера облучается со всех сторон, то в этом случае она будет испытывать всестороннее сжатие. Таким образом, если бы монополи Дирака были равномерно распределены в пространстве вместе с ионизованным газом, то эта смесь под влиянием излучения постоянно концентрировалась бы в некоторых локальных областях. Такое рассмотрение, безусловно, очень приближенно, и не учитывает многих других факторов, но, возможно, оно помогает объяснить неудачи с экспериментальным обнаружением монополей Дирака.

Физический институт  
им. П. Н. Лебедева АН СССР

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. В. Г. Веселаго, ФТТ 8, 3571 (1966).
2. А. В. Соколов, Оптические свойства металлов, М., Физматгиз, 1961.
3. В. Е. Пафомов, ЖЭТФ 36, 1853 (1959).
4. В. М. Агранович, В. Л. Гинзбург, Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов, М., «Наука», 1965.
5. Л. И. Манделштам, ЖЭТФ 15, 475 (1945).
6. В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, М., Физматгиз, 1960.
7. Э. А. Канер, В. Г. Скобов, УФН 89, 367 (1966).
8. В. Г. Веселаго, Н. В. Глушков, А. М. Прохоров, Радиотехника и электроника (1967).
9. А. Чайновец, С. Бухсбаум, УФН 90, 179 (1966).
10. E. A. Stern, E. R. Callen, Phys. Rev. 131, 512 (1963).
11. H. N. Spector, T. N. Casselman, Phys. Rev. 139, A1594 (1965).
12. А. Я. Бланк, ЖЭТФ 47, 325 (1964).
13. А. Я. Бланк, М. И. Каганов, ЖЭТФ 49, 807 (1965).

14. В. Г. Барьяхтар, Е. Г. Рудашевский, М. А. Савченко, К. Н. Степанов, *ЖЭТФ* **51**, 250 (1966).
  15. В. Г. Веселаго, Е. Г. Рудашевский, *ФТТ* **8**, 2862 (1966).
  16. М. А. Гинцбург, *ДАН СССР* **95**, 753 (1954).
  17. С. М. Рытов, *ЖЭТФ* **17**, 930 (1947).
  18. G. G. Grimes, *Plasma Effects in Solids*, Paris, 1964, p. 87.
  19. T. Teranishi, *J. Phys. Soc. Japan* **17**, 5263 (1962).
  20. L. K. Matson, J. W. Moody, R. C. Himes, *J. Inorg. Nucl. Chem.* **25**, 795 (1963).
  21. A. Müller, W. Wilhelm, *J. Phys. Chem. Solids* **26**, 2021 (1965).
  22. P. A. M. Dirac, *Proc. Roy. Soc. A* **133**, 60 (1931).
  23. С. Дэвонс, *УФН* **85**, 755 (1965).
  24. Б. М. Болотовский, В. С. Воронин, *Изв. вузов (радиофизика)* **5**, 1033 (1962).
  25. А. А. Коломенский, *Вестн. МГУ* **3**, № 6 (1962).
  26. Н. Н. Окулов, *Геомагнетизм и астрономия* **4**, 1002 (1964).
  27. V. A. Retukhov, M. N. Yakimenko, *Nucl. Phys.* **49**, 87 (1963).
  28. Г. В. Веселаго, *ЖЭТФ* **52**, 1025 (1965).
-