

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Пространственная дисперсия и отрицательное преломление света*

В.М. Агранович, Ю.Н. Гартштейн

Отрицательное преломление света на границах раздела сред является естественным следствием того, что групповая скорость волн в одной из сред отрицательна. В обзоре кратко прослеживается история возникновения такой интерпретации этого явления. Рассматриваются несколько физических систем, в которых нормальные электромагнитные волны (поляритоны) могут иметь отрицательную групповую скорость, в частности, в области оптических частот. Эти системы исследуются при учете пространственной дисперсии. При таком рассмотрении используется диэлектрический тензор $\epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k})$, который определяет полный электромагнитный отклик, создаваемый электромагнитной волной с частотой ω и волновым вектором \mathbf{k} . Поляритоны с отрицательной групповой скоростью как в естественных, так и в искусственных материалах образуются в тех случаях, когда пространственная дисперсия достаточно сильна. Приводятся соответствующие примеры объемных и поверхностных волн как в гиротропных, так и в негиротропных средах. Обсуждается также соотношение между упомянутым подходом, использующим обобщенный тензор диэлектрической восприимчивости $\epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k})$, и более известным, но более ограниченным описанием, основанном на использовании диэлектрической проницаемости $\epsilon(\omega)$ и магнитной восприимчивости $\mu(\omega)$.

PACS numbers: 42.25.-p, 71.36.+c, 78.20.Ci

Содержание

1. Введение (1051).
2. Природа отрицательного преломления света: исторические заметки (1052).
 - 2.1. Л.И. Мандельштам и отрицательное преломление света.
 - 2.2. Излучение Черенкова.
3. Уравнения Максвелла и пространственная дисперсия (1054).
 - 3.1. Тензор диэлектрической проницаемости. 3.2. Изотропная среда с центром инверсии. 3.3. Связь с микроскопическим описанием. 3.4. Однородная система без центра инверсии.
4. Поляритоны с отрицательной групповой скоростью (1057).
 - 4.1. Экситоны с отрицательной эффективной массой в негиротропных средах. 4.2. Гиротропные системы вблизи экситонных переходов. 4.3. Гиротропные среды в окрестности частоты продольных колебаний. 4.4. Поверхностные поляритоны.

* Расширенное изложение этого обзора публикуется в книге *Physics of Negative Refraction* (Eds C M Krowne, Y Zhang) (Springer, 2007).

В.М. Агранович. Институт спектроскопии РАН, 142190 г. Троицк, Московская обл., Российская Федерация
Тел. (495) 334-02-24. Факс (495) 334-08-24
E-mail: agran@isan.troitsk.ru
Ю.Н. Гартштейн. Department of Physics, The University of Texas at Dallas, Richardson, Texas 75083, USA

Статья поступила 13 февраля 2006 г.,
после доработки 3 августа 2006 г.

5. Магнитная восприимчивость на оптических частотах (1062).
 - 5.1. Магнитный момент макроскопического тела.
 6. Другие интересные эффекты (1065).
 - 6.1. Генерация гармоник в средах с отрицательной групповой скоростью. 6.2. Распространение ультракоротких импульсов в среде с отрицательной групповой скоростью.
 7. Заключение (1066).
- Список литературы (1067).

1. Введение

В настоящем обзоре явление отрицательного преломления света обсуждается в терминах дисперсии $\omega(\mathbf{k})$ поляритонов — нормальных электромагнитных волн, распространяющихся в среде в области резонансов. Мы будем рассматривать макроскопически однородную и изотропную среду с пренебрежимо малой диссипацией: в этом случае не возникает дополнительных осложнений и физика рассматриваемых явлений особенно прозрачна. Иными словами, мы рассматриваем тела размером порядка или больше длины волны в среде λ . В изотропной среде частота волны ω зависит только от модуля волнового вектора $k = |\mathbf{k}|$, а значит, групповая скорость волнового пакета

$$\mathbf{v}_g = \frac{d\omega(\mathbf{k})}{d\mathbf{k}} = \frac{\mathbf{k}}{k} \frac{d\omega(k)}{dk} \quad (1)$$

направлена либо по \mathbf{k} , либо по $-\mathbf{k}$ в зависимости от знака $d\omega(k)/dk$. Как было отмечено Л.И. Мандельштамом [1–3], второй из этих случаев, случай "отрицательной

групповой скорости", $d\omega(\mathbf{k})/dk < 0$, связан с явлением отрицательного преломления. Английский оптик Артур Шустер в книге [4] также упоминал о такой возможности. Однако он рассматривал область аномальной дисперсии в окрестности резонанса, где определение групповой скорости в виде (1) неприменимо.

Хорошо известно (см., например, [3, 5–7]), что в среде с *малой диссипацией* скорость распространения энергии совпадает с групповой скоростью, так что вектор потока энергии \mathbf{S} (в случае электромагнитных волн называемый вектором Пойнтинга) есть произведение

$$\mathbf{S} = U\mathbf{v}_g, \quad (2)$$

где U — усредненная по времени плотность энергии. В состоянии *термодинамического равновесия* $U > 0$, следовательно, для волн с отрицательной групповой скоростью вектор потока энергии \mathbf{S} направлен в сторону, противоположную волновому вектору \mathbf{k} . Отрицательное преломление света и все необычные свойства материалов с отрицательным преломлением — естественные следствия такой связи между \mathbf{S} и \mathbf{k} . В этом обзоре мы будем рассматривать отрицательное преломление только электромагнитных волн, однако Мандельштамом было ясно показано (см. раздел 2.1), что отрицательное преломление — это общее свойство волн любой природы с отрицательной групповой скоростью.

В данном обзоре мы обсудим некоторые физические системы, в которых могут существовать поляритоны с отрицательной групповой скоростью и в которых, следовательно, можно пытаться реализовать отрицательное преломление (в том числе и в оптической области частот). Существование поляритонов с отрицательной групповой скоростью оказывается возможным для сред с достаточно сильной *пространственной дисперсией* диэлектрических свойств [7–9]. Наличие пространственной дисперсии означает существование нелокального диэлектрического отклика и выражается в зависимости обобщенного диэлектрического тензора $\epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k})$ от волнового вектора \mathbf{k} [6, 7].

Далее будет показано, что подход, основанный на учете пространственной дисперсии, содержит в себе как частный случай более известный подход, обычно используемый для описания отрицательного преломления света в среде с одновременно отрицательными диэлектрической проницаемостью, $\epsilon(\omega) < 0$, и магнитной восприимчивостью, $\mu(\omega) < 0$. В связи с такими средами обычно упоминается работа Веселаго [10], хотя в действительности значительно раньше этот случай впервые обсуждался в работе Сивухина [11], а затем в статьях Пафомова [12, 13]. В частности, в этих работах содержится замечание об отрицательной групповой скорости в такой среде. Ветвь с отрицательной групповой скоростью ясно видна на рис. 1. На рисунке 1а изображен закон дисперсии $\omega(k)$ поперечных поляритонов, определяемый хорошо известным уравнением

$$\omega^2 \epsilon(\omega) \mu(\omega) = \omega^2 n^2(\omega) = c^2 k^2, \quad (3)$$

где $n(\omega)$ — коэффициент преломления, при модельном выражении для диэлектрической проницаемости

$$\epsilon(\omega) = 1 + \frac{F_e}{\omega_{\perp}^2 - \omega^2} = \frac{\omega_{\parallel}^2 - \omega^2}{\omega_{\perp}^2 - \omega^2}, \quad (4)$$

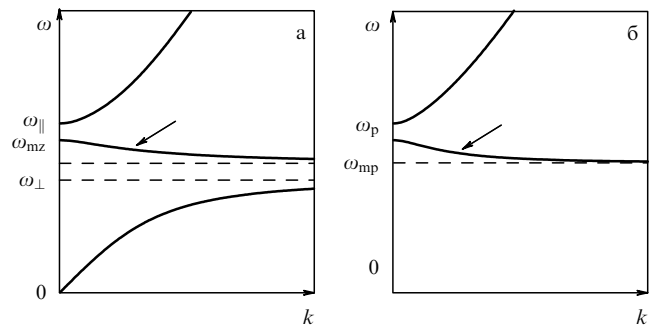


Рис. 1. Дисперсия $\omega(k)$ поперечных поляритонов в материале, описываемом модельной магнитной восприимчивостью (5) и диэлектрической проницаемостью, задаваемой (а) уравнением (4) и (б) уравнением (6) при специальном выборе характерных частот. Поляритонные ветви с отрицательной групповой скоростью указаны стрелками. Заметим, что рисунок (как и все другие в данном обзоре) выполнен не в масштабе: параметры подбирались с единственной целью — как можно яснее показать качественную сторону явления.

имеющем резонансную структуру, и

$$\mu(\omega) = 1 + \frac{F_m}{\omega_{mp}^2 - \omega^2} = \frac{\omega_{mz}^2 - \omega^2}{\omega_{mp}^2 - \omega^2}. \quad (5)$$

Одна из трех поляритонных ветвей, изображенных на рис. 1а, очевидно, обладает отрицательной групповой скоростью, поскольку частота поляритона ω убывает с возрастанием волнового вектора k (эта ветвь указана стрелкой). Разумеется, ветвь с отрицательной групповой скоростью находится как раз в той области частот, где $\epsilon(\omega)$ (4) и $\mu(\omega)$ (5) одновременно отрицательны. На рисунке 1 параметры подобраны таким образом, чтобы значения частоты и полюса (ω_{mp}), и нуля (ω_{mz}) магнитной восприимчивости попадали в щель хорошо известного продольно-поперечного ($\omega_{\parallel}-\omega_{\perp}$) расщепления, возникающего вследствие резонанса диэлектрической проницаемости. Конечно, возможно и другое расположение этих частот.

На рисунке 1б изображена дисперсия поляритонов при том же выражении (5) для $\mu(\omega)$, но модельный вид диэлектрической проницаемости задается не равенством (4), а выражением

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad (6)$$

соответствующим часто обсуждаемому случаю металлических систем, в которых отсутствует резонанс ω_{\perp} , а ω_{\parallel} совпадает с плазменной частотой ω_p . Одна из двух поляритонных ветвей имеет отрицательную групповую скорость.

2. Природа отрицательного преломления света: исторические заметки

2.1. Л.И. Мандельштам и отрицательное преломление света

Недавнее наблюдение отрицательного преломления в области микроволн [14] и теоретическое предсказание возможности так называемой идеальной ("perfect") фокусировки света [15] привело к повышенному интересу к материалам с отрицательным преломлением. На эту тему опубликовано множество статей в научных и популярных журналах и даже в газетах. Причем очень

часто отправным пунктом в развитии исследований отрицательного преломления света считается упоминавшаяся выше работа Веселаго 1968 года [10]. В действительности, как уже отмечалось во введении, история отрицательного преломления света началась значительно раньше — глубокое понимание сути этого явления было достигнуто Л.И. Мандельштамом по меньшей мере в 1940 г., а в статье Веселаго просто отсутствовали ссылки на ранее проведенные исследования.

Основоположник выдающейся Московской физической школы (см., например, [16]) Л.И. Мандельштам прочитал в Московском государственном университете несколько неформальных циклов лекций. Эти лекции, начавшиеся в 1930 г., продолжались многие годы. На лекциях, которые славились глубоким проникновением в суть обсуждаемого предмета, рассматривались многие важные и тонкие вопросы оптики, теории относительности и квантовой механики. Их посещали не только студенты, но и многие уважаемые профессора. Благодаря записям, сделанным сотрудниками Мандельштама С.М. Рытовым и М.А. Леонтовичем, эти лекции сохранились и вошли в *Полное собрание трудов* Мандельштама, а значительно позже были опубликованы отдельно [3].

На одной из лекций 1944 года Мандельштам дал детальный анализ отрицательного преломления, происходящего на плоской границе раздела двух сред, в одной из которых могут распространяться волны с отрицательной групповой скоростью. Ниже мы приводим отрывок из лекции Мандельштама. После обсуждения условий, при которых групповая скорость представляет собой скорость распространения энергии, Мандельштам продолжает:

"Пусть все эти условия выполнены, и, следовательно, энергия перемещается с групповой скоростью. Но мы знаем, что групповая скорость может быть отрицательна. Это означает, что группа (и энергия) движется в сторону, противоположную направлению распространения фазы волны. Возможны ли такие случаи в действительности?"

В 1904 г. Лэмб придумал некоторые искусственные механические модели одномерных "сред", в которых групповая скорость может быть отрицательной. Сам он, по-видимому, не считал, что приведенные им примеры могут иметь физические применения. Но, как оказывается, существуют и вполне реальные среды, в которых для некоторых областей частот фазовая и групповая скорости действительно направлены навстречу друг другу. Это получается в так называемых "оптических" ветвях акустического спектра кристаллической решетки, рассмотренных М. Борном. Возможность подобного явления позволяет с несколько иной точки зрения подойти и к таким, казалось бы, хорошо известным вещам, как отражение и преломление плоской волны на плоскости раздела между двумя непоглощающими средами. Протекание этого явления, при разборе которого о групповой скорости обычно вообще не упоминают, существенно зависит от ее знака.

Действительно, в чем заключается идея вывода формул Френеля?

Рассматривают плоскую синусоидальную волну, падающую под углом φ на плоскость раздела $y = 0$,

$$E_{\text{inc}} = \exp \{i[\omega t - k(x \sin \varphi + y \cos \varphi)]\}$$

и наряду с ней еще две волны — отраженную

$$E_{\text{refl}} = \exp \{i[\omega t - k(x \sin \varphi' - y \cos \varphi')]\}$$

и преломленную

$$E_{\text{refr}} = \exp \{i[\omega t - k_1(x \sin \varphi_1 + y \cos \varphi_1)]\}.$$

На плоскости $y = 0$ эти волны должны удовлетворять так называемым граничным условиям. Для упругих тел это условие непрерывности напряжений и смещений по обе стороны от границы. В электромагнитной задаче на плоскости раздела должны быть непрерывны тангенциальные составляющие напряженностей и нормальная составляющая индукций. Легко показать, что с одной только отраженной волной (или только с преломленной) этим граничным условиям удовлетворить нельзя. Наоборот, при наличии обеих волн условия всегда могут быть выполнены. Отсюда, между прочим, вовсе не следует, что должны быть только *три* волны, а не больше: граничные условия допускают наличие еще одной, четвертой волны, идущей под углом $\pi - \varphi_1$, во второй среде. Обычно молча принимают, что этой волны нет, т.е. постулируют, что во второй среде распространяется только *одна* волна.

Из граничных условий тотчас же следует закон отражения

$$\sin \varphi = \sin \varphi', \quad \varphi = \varphi'$$

и закон преломления

$$k \sin \varphi = k_1 \sin \varphi_1.$$

Однако последнее равенство удовлетворяется как при угле φ_1 , так и при угле $\pi - \varphi_1$. Волна во второй среде, соответствующая φ_1 , распространяется по направлению от границы раздела (рис. 2, слева). Волна же, соответствующая $\pi - \varphi_1$, распространяется по направлению к границе раздела (рис. 2, справа). Считается само собой понятным, что второй волны быть не может, так как свет падает из первой среды на вторую, а значит, во второй среде *энергия* должна оттекать от границы раздела. Но причем здесь энергия? Ведь направление распространения волны определяется ее *фазовой* скоростью, энергия же перемещается с *групповой* скоростью. Здесь допускается, таким образом, логический скачок, которого не чувствуют лишь потому, что привыкли к совпадению направлений распространения энергии и фазы. Если такое совпадение имеет место, т.е. если групповая скорость положительна, то тогда все получается правильно. Если же имеем случай отрицательной группо-

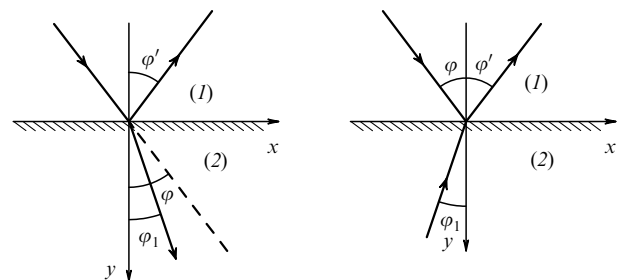


Рис. 2. Отражение и преломление падающей плоской волны. (Рисунок из лекций Мандельштама [1, 3].)

вой скорости — случай, как я уже говорил, вполне реальный, — то все меняется. Требуя по-прежнему, чтобы энергия во второй среде *оттекала* от границы раздела, мы приходим тогда к тому, что фаза должна *набегать* на эту границу и, следовательно, направление распространения преломленной волны будет составлять с нормалью угол $\pi - \varphi_1$ [как показано на рисунке 2 справа]. Как ни непривычно такое построение, но, конечно, ничего удивительного в нем нет, ибо фазовая скорость еще ничего не говорит о направлении потока энергии".

Эти замечания, сделанные Мандельштамом более шестидесяти лет назад, в действительности объясняют физическую причину возникновения отрицательного преломления и его природу. Поучительно, что, говоря о природе отрицательного преломления, Мандельштам оперирует терминами "волновой вектор", "групповая скорость" и "принцип причинности", а не термином "отрицательный коэффициент преломления", так популярным сегодня. Из принципа причинности следует, что в среде, находящейся в термодинамическом равновесии, интенсивность волны, распространяющейся от границы раздела, должна уменьшаться. Это правило определяет знак мнимой части коэффициента преломления, а следовательно, и знак его действительной части, поскольку они взаимосвязаны и определяются знаком в следующем из (3) уравнении $n(\omega) = \pm \sqrt{\varepsilon(\omega)\mu(\omega)}$.

Установленная Мандельштамом связь между отрицательным преломлением и отрицательной групповой скоростью ясно показывает, что отрицательное преломление возможно для волн любой природы, а также указывает на возможность отыскания подходящих для наблюдения отрицательного преломления материалов на основе изучения дисперсии $\omega(k)$ тех волн, которые могут в них распространяться. Краткий обзор истории вопроса об отрицательной групповой скорости можно найти также в недавней работе [17], где эта история прослеживается вплоть до таких ранних работ, как работы Лэмба [18] и фон Лауэ [19].

Тот факт, что понятие групповой скорости чрезвычайно важно в оптике кристаллов, подробно обсуждается в монографии [7]. Отрицательное преломление, возникающее на границе раздела с гиротропной средой, рассматривается уже в первом издании этой книги 1966 года и сопровождается так хорошо известным теперь рис. 2 (см. [7, с. 264]).

2.2. Излучение Черенкова

В тех средах, в которых распространяются волны с отрицательной групповой скоростью, излучение Черенкова имеет ряд особенностей. Эти особенности также уже давно известны. Из теории излучения Черенкова (см., например, [6]) легко получить, учитывая знак групповой скорости, "необычное" направление распространения излучения. Пусть заряженная частица движется в прозрачной среде вдоль оси x со скоростью v . В результате среда может излучать электромагнитные волны с частотой ω и волновым вектором \mathbf{k} , такими, что $\omega = k_x v$. С другой стороны, волновой вектор и частота связаны соотношением $k = n\omega/c$, где $n = \sqrt{\varepsilon}$ — коэффициент преломления. Поскольку $k > k_x$, должно выполняться соотношение $v > v_{ph} = c/n(\omega)$, т.е. излучение волн с частотой ω возможно, если скорость частицы превышает фазовую скорость v_{ph} . Если обозначить через θ

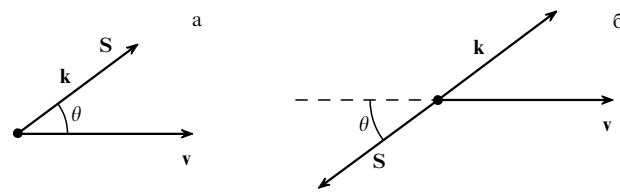


Рис. 3. Иллюстрация к направлению излучения Черенкова в среде с положительной (а) и отрицательной (б) групповой скоростью. Здесь \mathbf{v} — направление скорости частицы, \mathbf{k} — направление волнового вектора излучения, а \mathbf{S} — направление вектора Пойнтинга. Вектор \mathbf{S} направлен *вдоль* групповой скорости \mathbf{v}_g и определяет действительное направление излучения.

угол между направлением движения частицы и волновым вектором излучения \mathbf{k} , то легко видеть, что

$$\cos \theta = \frac{c}{n(\omega)v}. \quad (7)$$

Приведем цитату из [6]: "...излучение каждой частоты происходит вперед по направлению движения частицы и распределяется по поверхности конуса с углом раствора θ , определяемым формулой (7)".

Из логики приведенного вывода ясно, что заключение о направлении излучения основано на неявном предположении о том, что отвечающая волновому вектору \mathbf{k} групповая скорость \mathbf{v}_g положительна, а значит, направлена по \mathbf{k} — ситуация, показанная на рис. 3а. Если же групповая скорость, наоборот, отрицательна, т.е. \mathbf{v}_g направлена в сторону, противоположную \mathbf{k} , то направление излучения (поток энергии \mathbf{S}) будет иметь противоположную ориентацию. В этом случае направление излучения образует тупой угол с направлением движения частицы, что впервые было отмечено Пафомовым [13]. На рисунке 3б изображено излучение Черенкова, направленное назад. Излучение распределено по поверхности конуса с тем же углом раствора.

В дальнейшем будет показано, что волны с отрицательной групповой скоростью могут возникать в кристаллах благодаря наличию пространственной дисперсии. В монографии [7, с. 405, 406] обсуждаются различные случаи проявления пространственной дисперсии в излучении Черенкова. Особенно интересные эффекты как в гиротропных [7, 20], так и в негиротропных [7] средах возникают в окрестности экситонных резонансов: при возрастании скорости движущейся частицы направление конуса Черенкова изменяется от направления излучения вперед до направления излучения назад.

Интересно также влияние, оказываемое отрицательной групповой скоростью на переходное излучение заряженной частицы, проходящей через границу между двумя средами с разными диэлектрическими проницаемостями. Важная роль знака групповой скорости для переходного излучения и особенности "обратного" эффекта Доплера впервые были изучены в работах Франка [21], Барсукова [22] и Пафомова [12].

3. Уравнения Максвелла и пространственная дисперсия

3.1. Тензор диэлектрической проницаемости

Макроскопические уравнения Максвелла составляют основу электродинамики сплошных сред [6]. Они выво-

дятся усреднением "микроскопических" электромагнитных полей, зарядов и плотностей тока и должны дополняться так называемыми материальными уравнениями — связями между усредненными полями. Материальные уравнения определяются откликом среды на электромагнитное поле. Следуя Ландау и Лифшицу [6] (см. также [7, 23]), представляется более правильным и удобным использовать подход, основанный на учете пространственной дисперсии, в котором рассматриваются только три макроскопических поля: \mathbf{E} , \mathbf{D} , \mathbf{B} , а четвертое поле, \mathbf{H} , полагается равным \mathbf{B} . В рамках этого подхода результат усреднения *всех* микроскопических токов включается в определение поля \mathbf{D} . Макроскопические уравнения Максвелла для монохроматических плоских волн принимают вид

$$\begin{aligned} c \mathbf{k} \times \mathbf{E} &= \omega \mathbf{B}, \\ c \mathbf{k} \times \mathbf{B} &= -\omega \mathbf{D}, \\ \mathbf{k} \mathbf{D} &= 0, \\ \mathbf{k} \mathbf{B} &= 0, \end{aligned} \quad (8)$$

а связь между компонентами полей \mathbf{D} и \mathbf{E} (материальное уравнение) выражается как

$$D_i = \varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}) E_j. \quad (9)$$

В уравнении (9) обобщенный диэлектрический тензор $\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k})$ зависит от волнового вектора \mathbf{k} . Это означает, что учтена *пространственная дисперсия*, т.е. тот факт, что индукция электрического поля \mathbf{D} в данной точке пространства зависит не только от электрического поля \mathbf{E} в этой точке (что соответствовало бы локальному отклику), но также и от электрического поля в некоторой ее окрестности (нелокальный отклик). По существу, тензор $\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k})$ описывает и электрический, и магнитный отклики среды (второй из них — при естественном учете пространственных производных поля \mathbf{E}). Пространственная дисперсия появляется как добавление к более привычной временной, или частотной, дисперсии, выражающейся в зависимости диэлектрического тензора от ω . Обычно эффекты, связанные с пространственной дисперсией, являются гораздо более слабыми, чем эффекты, связанные с временной дисперсией, но первые могут приводить к качественно новым явлениям, таким, например, как гиротропия или возникновение добавочных электромагнитных волн. Рассмотрение пространственной дисперсии упрощается, если соответствующий параметр $ka \sim a/\lambda$ мал (здесь a — характерный микроскопический размер или длина свободного пробега заряженных частиц). Малость параметра ka позволяет во многих случаях учитывать только первые члены (линейные и/или квадратичные) в разложении тензора $\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k})$ по степеням компонент волнового вектора \mathbf{k} [6, 7]:

$$\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = \varepsilon_{ij}(\omega) + i\gamma_{ijl}(\omega)k_l + \alpha_{ijlm}(\omega)k_l k_m, \quad (10)$$

$$\varepsilon_{ij}^{-1}(\omega, \mathbf{k}) = \varepsilon_{ij}^{-1}(\omega) + i\delta_{ijl}(\omega)k_l + \beta_{ijlm}(\omega)k_l k_m. \quad (11)$$

Разные тензоры, стоящие в разложениях (10) и (11), отражают свойства симметрии рассматриваемой системы и удовлетворяют принципу симметрии кинетических коэффициентов Онсагера. В частности, в системе, обладающей центром инверсии, вторые члены разложения (т.е. пропорциональные первой степени k_i) исчезают.

Поскольку из уравнений Максвелла (8) сразу следует, что

$$\mathbf{D} = \frac{c^2 k^2}{\omega^2} \left(\mathbf{E} - \frac{\mathbf{k}(\mathbf{k}\mathbf{E})}{k^2} \right), \quad (12)$$

уравнения (12) и (9), взятые вместе, *определяют уравнения дисперсии* $\omega(\mathbf{k})$ электромагнитных волн в среде.

Усредненную по времени плотность энергии и вектор Пойнтинга в обсуждаемом $(\mathbf{E}, \mathbf{D}, \mathbf{B})$ -подходе можно найти, рассматривая волновые пакеты [6, 7]. Указанные величины задаются соответственно выражениями

$$U = \frac{1}{16\pi} \left[\frac{\partial(\omega\varepsilon_{ij})}{\partial\omega} E_i E_j^* + |\mathbf{B}|^2 \right], \quad (13)$$

$$\mathbf{S} = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{B}) - \frac{\omega}{16\pi} \frac{\partial\varepsilon_{ij}}{\partial\mathbf{k}} E_i^* E_j. \quad (14)$$

Соотношения (13) и (14) в отсутствие диссипации удовлетворяют закону сохранения энергии. Наличие дополнительного (второго) слагаемого в уравнении (14) [24, 25] — результат учета пространственной дисперсии. Этот член играет определяющую роль в появлении волн с отрицательной групповой скоростью.

В дальнейшем мы приведем краткое сравнительное обсуждение (см. раздел 3.2) обоих подходов: $(\mathbf{E}, \mathbf{D}, \mathbf{B})$ -подхода, учитывающего пространственную дисперсию, и так называемого "симметричного" подхода, основанного на рассмотрении всех четырех полей, $\mathbf{E}, \mathbf{D}, \mathbf{B}, \mathbf{H}$. Тем не менее мы отсылаем читателя к книге [26], обзорам [27–29] и недавней статье [8], в которых можно найти обсуждение различных точек зрения, другие аргументы и подробности.

3.2. Изотропная среда с центром инверсии

Если принимается во внимание пространственная дисперсия, то диэлектрический отклик определяется тензорной величиной даже для изотропной системы, поскольку вектор \mathbf{k} определяет выделенное направление. Следовательно, для изотропной среды, обладающей центром инверсии (негиротропная среда), общий вид диэлектрического тензора есть [6]

$$\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = \varepsilon_{\perp}(\omega, k) \left[\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right] + \varepsilon_{\parallel}(\omega, k) \frac{k_i k_j}{k^2}, \quad (15)$$

где *поперечная* $\varepsilon_{\perp}(\omega, k)$ и *продольная* $\varepsilon_{\parallel}(\omega, k)$ диэлектрические проницаемости зависят только от модуля волнового вектора k и задают полное описание свойств среды. В соответствии с уравнениями (12) и (9) закон дисперсии $\omega(k)$ поперечных ($\mathbf{E} \perp \mathbf{k}$) поляритонов можно найти из

$$\omega^2 \varepsilon_{\perp}(\omega, k) = c^2 k^2, \quad (16)$$

а уравнение

$$\varepsilon_{\parallel}(\omega, k) = 0 \quad (17)$$

определяет дисперсию продольных ($\mathbf{E} \parallel \mathbf{k}, \mathbf{D} = 0, \mathbf{B} = 0$) волн.

Симметричный подход, в котором используются зависящие только от частоты диэлектрическая проницаемость $\varepsilon(\omega)$ и магнитная восприимчивость $\mu(\omega)$, соответствует пределу $k \rightarrow 0$ в подходе, основанном на учете

пространственной дисперсии [6]:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_{\perp}(\omega, 0) = \varepsilon_{\parallel}(\omega, 0), \quad (18)$$

$$1 - \frac{1}{\mu(\omega)} = \lim_{k \rightarrow 0} \frac{\omega^2 [\varepsilon_{\perp}(\omega, k) - \varepsilon_{\parallel}(\omega, k)]}{c^2 k^2}. \quad (19)$$

Легко видеть, что, если в дисперсионном уравнении для поперечных поляритонов (16) положить

$$\varepsilon_{\perp}(\omega, k) = \varepsilon(\omega) + \frac{c^2 k^2}{\omega^2} \left(1 - \frac{1}{\mu(\omega)}\right), \quad (20)$$

то (16) становится *тождественным* уравнению (3), полученному при описании в терминах $\varepsilon(\omega)$ и $\mu(\omega)$, где $k^2 c^2 / \omega^2 = n^2 = \varepsilon(\omega) \mu(\omega)$. Уже одно это ясно показывает более широкие возможности подхода, основанного на учете пространственной дисперсии, так как он позволяет изучать различные эффекты, связанные с пространственной дисперсией, с точностью даже большей той точности, которая определяется учетом только членов $\propto k^2$ в тензоре $\varepsilon_{\perp}(\omega, k)$, тогда как $\varepsilon(\omega) - \mu(\omega)$ -подход позволяет учесть только указанные в (20) (и то не все) члены. Более того, даже при учете только членов порядка k^2 применение подхода, основанного на учете пространственной дисперсии, имеет качественные преимущества. Действительно, в рассматриваемой изотропной системе входящий в уравнение (10) тензор отклика α_{ijlm} в общем случае задается *двумя независимыми* параметрами. Эти параметры (a и b) могут быть выбраны, например, так, чтобы выполнялось равенство

$$\alpha_{ijlm} = a \delta_{ij} \delta_{lm} + \frac{b}{2} (e_{ril} e_{rjm} + e_{rim} e_{rjl}), \quad (21)$$

где e_{ril} обозначает антисимметричный единичный тензор третьего ранга. Запись (21) симметрична и по первой (ij), и по второй (lm) паре индексов, вследствие чего продольная и поперечная диэлектрические проницаемости могут быть представлены в виде

$$\varepsilon_{\perp}(\omega, k) = \varepsilon(\omega) + [a(\omega) + b(\omega)] k^2, \quad (22)$$

$$\varepsilon_{\parallel}(\omega, k) = \varepsilon(\omega) + a(\omega) k^2.$$

Из уравнений (10) и (21) следует, что соответствующее материальное уравнение (9) запишется как

$$\mathbf{D} = (\varepsilon(\omega) + a(\omega) k^2) \mathbf{E} + b(\omega) \mathbf{k} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{k}). \quad (23)$$

Из уравнений (22) и (23) ясно, что параметр $b(\omega)$ определяет, грубо говоря, меру пространственной дисперсии, обусловленной "магнитным откликом" системы: параметр $b(\omega)$ связан с магнитной восприимчивостью (см. уравнение (19)) соотношением

$$\frac{\omega^2 b(\omega)}{c^2} = 1 - \frac{1}{\mu(\omega)}.$$

В свою очередь, параметр $a(\omega)$ определяет меру пространственной дисперсии, связанной с "электрическим откликом". Наличие параметра $a(\omega)$ и его зависимость от ω невозможно учесть в рамках описания в терминах $\varepsilon(\omega)$ и $\mu(\omega)$. Оба этих отклика схожим образом влияют на дисперсию поперечных поляритонов (уравнения (22) и (16)), но дисперсия продольных волн зависит только от

электрического отклика (уравнения (22) и (17)). Необходимо особо отметить, что поляритоны с отрицательной групповой скоростью и, следовательно, отрицательное преломление могут возникать в системах с $\mu(\omega) = 1$ (т.е. с $b(\omega) = 0$), если коэффициент отклика $a(\omega)$ обладает соответствующей зависимостью от частоты.

3.3. Связь с микроскопическим описанием

Диэлектрический тензор $\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k})$ описывает отклик среды на электромагнитное возмущение с *произвольными* частотами ω и волновыми векторами \mathbf{k} . Этот тензор имеет определенные, хорошо известные аналитические свойства и в принципе может быть получен специальными методами из микроскопического описания элементарных возбуждений среды (см., например, работы [7, 23, 30–32], в которых обсуждаются многие важные аспекты этого вопроса). Например, для возмущенного основного состояния системы N заряженных частиц с зарядом e и массой m в объеме V диэлектрический тензор определяется следующим микроскопическим выражением [7]:

$$\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = \left(1 - \frac{4\pi e^2 N}{m\omega^2 V}\right) \delta_{ij} - \frac{4\pi c^2}{\hbar\omega^2 V} \sum_n \left(\frac{M_i^{n*}(\mathbf{k}) M_j^n(\mathbf{k})}{\omega - \omega_n} - \frac{M_i^n(-\mathbf{k}) M_j^{n*}(-\mathbf{k})}{\omega + \omega_n} \right). \quad (24)$$

Входящие в выражение (24) векторы $\mathbf{M}^n(\mathbf{k})$ суть матричные элементы возмущения, записанные в декартовых координатах:

$$\mathbf{M}^n(\mathbf{k}) = -\frac{e}{2mc} \sum_{\alpha} \langle n | \mathbf{p}^{\alpha} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}^{\alpha}) + \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}^{\alpha}) \mathbf{p}^{\alpha} | 0 \rangle, \quad (25)$$

где \mathbf{r}^{α} — радиус-вектор α -й частицы, $\mathbf{p}^{\alpha} = -i\hbar \partial / \partial \mathbf{r}^{\alpha}$ — оператор ее импульса. Здесь $|0\rangle$ обозначает волновую функцию основного состояния, а $|n\rangle$ — невозмущенные волновые функции разных возбужденных состояний с энергиями $\hbar\omega_n$. Эти состояния нулевого приближения, которые мы будем называть *экситонами* ("механическими экситонами", пользуясь терминологией [7]), следует вычислять без учета макроскопического электромагнитного поля.

Полезно проследить микроскопическое происхождение выражений типа (20) и (22) в изотропной системе с центром инверсии. Для простейшей модели независимых атомов или молекул в соответствии с уравнением (24) диэлектрическая проницаемость $\varepsilon(\omega)$ определяется элементами $\mathbf{M}^n(\mathbf{k} = 0)$ (более точные модели рассматриваются в [33, 34]):

$$M_i^n = -\frac{e}{mc} \sum_{\alpha} \langle n | p_i^{\alpha} | 0 \rangle, \quad (26)$$

и, следовательно, в нее вносят вклад только электрические дипольно-разрешенные переходы (называемые также E1-переходами). Обозначая соответствующие частоты переходов через ω_{en} , получаем из уравнения (24):

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \sum_n \frac{F_{en}}{\omega_{en}^2 - \omega^2}, \quad (27)$$

где "силы осцилляторов" F_{en} удовлетворяют правилу сумм $\sum_n F_{en} = 4\pi e^2 N / mV$. Вблизи какой-либо одной резонансной частоты ω_{\perp} уравнение (27) приобретает

такую структуру:

$$\varepsilon(\omega) = \epsilon_b + \frac{F_e}{\omega_{\perp}^2 - \omega^2} = \epsilon_b \frac{\omega_{\parallel}^2 - \omega^2}{\omega_{\perp}^2 - \omega^2}, \quad (28)$$

$\omega_{\parallel}^2 = \omega_{\perp}^2 + F_e/\epsilon_b$, где ϵ_b (индекс b — от англ. "background") учитывает все остальные резонансы (в уравнении (4) $\epsilon_b = 1$).

Член $\propto k^2$ в уравнении (20) имеет совсем другое происхождение: он возникает вследствие электрических дипольно-запрещенных переходов. В молекулярной картине такие запрещенные (forbidden) переходы становятся возможными благодаря последующим членам разложения $\exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}^{\alpha})$ в уравнении (25), и их неисчезающий вклад в $M_i^n(\mathbf{k})$ есть

$$M_i^n(\mathbf{k}) = -\frac{e}{2mc} \sum_{\alpha} ik_l \langle n | p_i^{\alpha} r_l^{\alpha} + r_l^{\alpha} p_i^{\alpha} | 0 \rangle = ik_l X_{il}^n. \quad (29)$$

Магнитные дипольные переходы (M1-переходы) происходят за счет антисимметричной комбинации

$$r_l^{\alpha} p_i^{\alpha} - r_i^{\alpha} p_l^{\alpha}. \quad (30)$$

Эта комбинация должна стоять между $\langle n |$ и $| 0 \rangle$ в уравнении (29). На самом деле там стоит другая комбинация, отличающаяся от (30) выражением

$$p_i^{\alpha} r_l^{\alpha} + r_l^{\alpha} p_i^{\alpha}. \quad (31)$$

Как хорошо известно, комбинация (31) приводит к электрическим квадрупольным переходам (E2-переходы). Различие между магнитными дипольными и электрическими квадрупольными переходами отражено в симметрии тензора X_{il}^n , определенного в уравнении (29): для первых он антисимметричен ($X_{il}^{n(m)} = -X_{li}^{n(m)}$), а для вторых симметричен ($X_{il}^{n(q)} = X_{li}^{n(q)}$). Вклад в тензор α_{ijlm} (21), который дают и E2-переходы, и M1-переходы, имеет вид

$$\frac{4\pi c^2}{\hbar\omega^2 V} \sum_n \frac{\omega_n (X_{il}^{n*} X_{jm}^n + X_{jl}^{n*} X_{im}^n)}{\omega_n^2 - \omega^2}. \quad (32)$$

Заметим, что магнитные дипольные комбинации $X_{il}^{n(m)*} X_{jm}^{n(m)}$, входящие в уравнение (32), действительно вносят вклад только в коэффициент магнитного отклика $b(\omega)$ из уравнения (21). С другой стороны, электрические квадрупольные комбинации типа $X_{il}^{n(q)*} X_{jm}^{n(q)}$ дают вклад в оба коэффициента отклика, $a(\omega)$ и $b(\omega)$, определенных в уравнении (21). Примеры этому можно найти, например, в [7] (общее обсуждение электрической квадрупольной поляризации в макроскопической электродинамике см. в [35]).

Уравнение (32) ясно показывает, что магнитные дипольные и электрические квадрупольные переходы могут привести к вкладам одного и того же типа в поперечную диэлектрическую проницаемость $\varepsilon_{\perp}(\omega, k)$. Учет такого вклада от одного изолированного резонанса с частотой ω_f приведет к замене уравнения (28) следующим уравнением:

$$\varepsilon_{\perp}(\omega, k) = \epsilon_b + \frac{F_e}{\omega_{\perp}^2 - \omega^2} + \frac{c^2 k^2}{\omega^2} \frac{F_f}{\omega_f^2 - \omega^2}, \quad (33)$$

где F_f определяет силу перехода. Свойства среды, вытекающие из уравнения (33), определяются относительной

ролью обоих резонансов, один из которых — дипольно-разрешенный, а другой — запрещенный. В результате могут появиться поляритоны с отрицательной групповой скоростью (см. рис. 1). С помощью уравнений (4), (5) и (20) легко убедиться в том, что частота ω_{mz} , при которой магнитная восприимчивость $\mu(\omega)$ равна нулю, соответствует частоте ω_f запрещенного перехода ($\omega_{mz} = \omega_f$), а $F_m = F_f$.

Из приведенного вывода видно, что сила запрещенного перехода в атомных или молекулярных материалах в общем случае гораздо слабее, чем сила дипольно-разрешенного перехода:

$$\frac{F_f}{F_e} \sim \frac{\omega_{\perp} \omega_f a^2}{c^2} \sim \frac{v^2}{c^2} \ll 1, \quad (34)$$

где a — характерная атомная или молекулярная длина, v — характерная скорость электрона. В связи с этим напомним, что F_e/ϵ_b определяет на рис. 1 величину расщепления $\omega_{\parallel} - \omega_{\perp}$, а $F_f = F_m$ — ширину зоны поляритона с отрицательной групповой скоростью.

3.4. Однородная система без центра инверсии

Если в среде не существует центра инверсии (гиротропные среды), то пространственная дисперсия проявляется уже в членах первого порядка малости по волновому вектору \mathbf{k} , так как тензоры γ_{ijl} и δ_{ijl} в разложениях (10) и (11) не исчезают. Легко составить представление об интересных свойствах дисперсии поляритонов в такой среде, даже если ограничиться только линейными по k членами [7, 36]. В изотропной системе тензоры общего вида γ_{ijl} и δ_{ijl} сводятся к единичному антисимметричному тензору и разложение принимает вид

$$\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = \varepsilon(\omega) \delta_{ij} + i\gamma(\omega) e_{ijl} k_l, \quad (35)$$

$$\varepsilon_{ij}^{-1}(\omega, \mathbf{k}) = \frac{1}{\varepsilon(\omega)} \delta_{ij} + i\delta(\omega) e_{ijl} k_l. \quad (36)$$

Как будет обсуждаться в разделах 4.2 и 4.3, уравнение (35) целесообразно применять вблизи продольной частоты ω_{\parallel} : $\varepsilon(\omega_{\parallel}) = 0$, а уравнение (36) — вблизи резонансной частоты ω_{\perp} : $1/\varepsilon(\omega_{\perp}) = 0$.

Полезно выяснить микроскопический смысл тензора диэлектрической проницаемости, записанного в виде (35) и (36). Хорошо известно (см. [32–34]), что, например, для набора независимых гиротропных молекул оптическая активность возникает вследствие переходов в состояния $|n\rangle$ с не равными нулю матричными элементами обоих типов (как (26), так и (29)). В самом деле, такие переходы, приводящие к появлению линейных по k_l членов в уравнении (35), соответствуют наличию в тензоре γ_{ijl} (10) комбинаций вида

$$\frac{4\pi c^2}{\hbar\omega^2 V} \sum_n \frac{\omega_n (M_i^n X_{jl}^{n*} - M_j^n X_{il}^{n*} + \text{с.с.})}{\omega_n^2 - \omega^2}. \quad (37)$$

Микроскопический смысл функции $\delta(\omega)$, входящей в уравнение (36), обсуждается в разделе 4.2.

4. Поляритоны с отрицательной групповой скоростью

Как уже отмечалось в разделе 3.1, второй член в выражении (14) для вектора Пойнтинга \mathbf{S} явным обра-

зом показывает, как пространственная дисперсия может "обратить" направление распространения энергии по отношению к волновому вектору \mathbf{k} . В самом деле, первое слагаемое в (14) в изотропной среде есть вектор, направленный по \mathbf{k} . Для того чтобы групповая скорость оказалась отрицательной, второе слагаемое должно быть направлено по $-\mathbf{k}$ и превосходить первое по величине. Для этого, в частности, требуется, чтобы пространственная дисперсия $\partial \varepsilon_{\perp}(\omega, k)/\partial k$ являлась достаточно сильной. Этот случай и осуществляется в среде, характеризуемой уравнением (33), с отрицательными $\varepsilon(\omega)$ и $\mu(\omega)$ при частотах ниже запрещенной частоты ω_f . В разделах 4.1–4.3 мы обсудим несколько других случаев, когда существенная пространственная дисперсия диэлектрической проницаемости приводит к возникновению поляритонов с отрицательной групповой скоростью.

4.1. Экситоны с отрицательной эффективной массой в негетерогенных средах

В 1957 г. Пекаром [37] впервые было отмечено, что пространственная дисперсия диэлектрической проницаемости вблизи экситонного резонанса может привести к появлению дополнительной распространяющейся световой (экситон-поляритонной) волны. Такая возможность связана с тем, что экситонное возбуждение в среде может перемещаться (например от одной молекулы к другой) и его энергия зависит от волнового вектора \mathbf{k} . Рассмотрим выражение (28) для поперечной диэлектрической проницаемости, определяемой откликом, соответствующим изолированному электрическому дипольно-разрешенному экситонному переходу с частотой ω_{\perp} . Матричные элементы (25) "отбирают" только экситонные состояния $|n\rangle$ с импульсом (квазиимпульсом) $\hbar\mathbf{k}$, а значит, энергии ω_n — те энергии, которые соответствуют этому импульсу. В приближении эффективной массы дисперсия энергии экситона имеет вид

$$\omega_{\perp}(k) = \omega_{\perp} + \frac{\hbar^2 k^2}{2M_{\text{exc}}}. \quad (38)$$

Соответственно, поперечная диэлектрическая функция выражается как

$$\varepsilon_{\perp}(\omega, k) = \varepsilon_b + \frac{F_c}{\omega_{\perp}^2(k) - \omega^2}, \quad (39)$$

что для неподвижных экситонов ($M_{\text{exc}} = \infty$) совпадает с уравнением (28). Конечно, сила осциллятора F_c тоже может зависеть от k , но мы ограничимся более сильным эффектом, связанным с резонансным знаменателем в уравнении (39). Кстати, заметим, что пространственную дисперсию, например, такого вида, как в уравнении (39), нельзя учесть с помощью $\varepsilon(\omega)$ - $\mu(\omega)$ -описания. Из уравнений (16) и (39) легко найти дисперсию поперечных поляритонов, примеры которой приведены на рис. 4.

Рисунок 4 показывает, что в некоторой области частот ω для каждой частоты действительно могут найтись два значения волнового вектора k , соответствующие двум поперечным поляритонным ветвям с одной и той же поляризацией. Та из них, которая имеет больший волновой вектор (обозначенный как k_2), и есть предсказанная Пекаром дополнительная волна.

Существование дополнительных экситон-поляритонных волн было продемонстрировано во многих кристал-

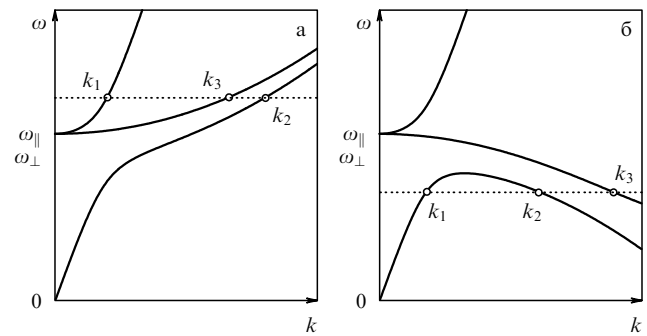


Рис. 4. Дисперсия двух поперечных поляритонных ветвей и продольной волны в системе с дисперсией экситона (38): (а) эффективная масса экситона положительна, $M_{\text{exc}} > 0$; (б) отрицательная эффективная масса, $M_{\text{exc}} < 0$. Точки пересечения пунктирных линий с дисперсионными кривыми отвечают значениям волнового вектора k для волн с данной частотой ω : k_1 и k_2 — величины волновых векторов поперечных поляритонов, k_3 — величина волнового вектора продольной волны. В случае рис. б k_2 соответствует поляритону с отрицательной групповой скоростью.

лах; наиболее убедительные эксперименты были проведены в полупроводниках вблизи резонанса, отвечающего экситону Ваннье–Мотта (см. обсуждение и ссылки на литературу в [7]). Принципиальное значение для знака групповой скорости имеет знак эффективной массы экситона. Обычно эффективная масса экситона Ваннье–Мотта положительна: $M_{\text{exc}} = m_e + m_h > 0$, где m_e и m_h — соответственно эффективные массы электронов и дырок. Такая ситуация изображена на рис. 4а. Очевидно, что добавочная волна в этом случае имеет положительную групповую скорость.

Однако в органических кристаллах радиус экситонов Френкеля обычно мал. В такой ситуации резонансное взаимодействие между молекулами сильно зависит от их ориентации, что приводит к тому, что эффективная масса экситона, вообще говоря, может быть отрицательной или иметь разные знаки для разных направлений. Случай отрицательной эффективной массы показан на рис. 4б. Ясно видно, что для некоторого интервала частот ω добавочная поперечная поляритонная волна (волна с волновым вектором k_2) имеет отрицательную групповую скорость. Именно эта поперечная волна будет испытывать отрицательное преломление.

На рисунке 4 также показана дисперсия продольных волн, определяемая уравнением (17). Для определенности мы положили $\varepsilon_{\parallel}(\omega, k) = \varepsilon_{\perp}(\omega, k)$. Волновой вектор продольной волны обозначен через k_3 . Если $M_{\text{exc}} < 0$, то продольные волны в этом приближении также имеют отрицательную групповую скорость. В общем случае все три волны (две поперечных и одна продольная) можно возбудить в среде с помощью падающей волны, имеющей соответствующую частоту. Для того чтобы решить задачу об отражении и прохождении волн в этом случае, следует ввести так называемые дополнительные граничные условия (ДГУ), поскольку, очевидно, обычно используемых граничных условий Максвелла будет недостаточно для нахождения амплитуд всех возбужденных волн. Явный вид ДГУ зависит от микроскопической природы экситонов. Для молекулярных кристаллов этот вопрос подробно обсуждается в [7].

В недавней работе [38] проведено численное моделирование отражения и прохождения света через плоскую

пластину, сделанную из материала, в котором экситоны имеют отрицательную эффективную массу, $M_{\text{exc}} < 0$ (рис. 4б). Эти расчеты убедительно показали, что благодаря отрицательному преломлению волн с отрицательной групповой скоростью такая пластина действительно приводит к фокусировке излучения. Результаты численного моделирования [38] также указывают на то, что для экспериментальной реализации такой системы необходим кристалл с большой силой осциллятора экситонного перехода и достаточно слабой диссипацией добавочных поляритонов при частотах ниже частоты экситонного резонанса.

4.2. Гиротропные системы вблизи экситонных переходов

Гиротропные системы хорошо известны благодаря явлениям оптической активности и циркулярного (кругового) дихроизма. Вполне естественно было бы ожидать, что в определенных частотных диапазонах ω в этих системах также могут распространяться поляритоны с отрицательной групповой скоростью. Мы начнем обсуждение, рассматривая частоты в окрестности экситонного резонанса ω_{\perp} . Добавочные волны в этой области частот в гиротропных кристаллах были рассмотрены Гинзбургом [36]. Поскольку частота перехода соответствует полюсу диэлектрической проницаемости, в этой области удобнее использовать разложение (36) для обратного диэлектрического тензора. Функция, обратная диэлектрической проницаемости, обращается в нуль при частоте, равной частоте перехода: $\varepsilon^{-1}(\omega_{\perp}) = 0$. Отсюда ясно, что качественно важно использовать следующий, зависящий от пространственной дисперсии член этого разложения.

Уравнение (36) соответствует материальному уравнению

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon(\omega)} \mathbf{D} + i\delta(\omega) \mathbf{D} \times \mathbf{k}, \quad (40)$$

связывающему поля \mathbf{E} и \mathbf{D} , где параметр $\delta(\omega)$ определяет "силу" гиротропии. Соотношение (40) совместно с волновым уравнением для поперечных волн приводят к уравнению

$$\frac{\omega^2}{c^2 k^2} \mathbf{D} = \frac{1}{\varepsilon(\omega)} \mathbf{D} + i\delta(\omega) \mathbf{D} \times \mathbf{k}, \quad (41)$$

нетривиальные решения которого описывают поперечные поляритоны в рассматриваемой системе. Известно, что эти решения соответствуют волнам с круговой поляризацией: например, $D_y/D_x = \pm i$ для волны, распространяющейся в направлении z . Дисперсия поляритона $\omega(k)$ определяется из условия обращения в нуль детерминанта уравнения (41):

$$\left(\frac{1}{\varepsilon(\omega)} - \frac{\omega^2}{c^2 k^2} \right)^2 = \delta^2(\omega) k^2 \quad (42)$$

или, для волн с различной круговой поляризацией,

$$\frac{1}{\varepsilon(\omega)} - \frac{\omega^2}{c^2 k^2} = \pm |\delta(\omega)| k. \quad (42a)$$

Уравнение (42) является уравнением третьего порядка по $k^2(\omega)$, что приводит при заданной ω к

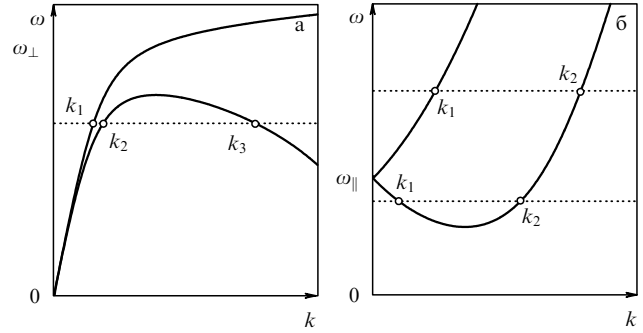


Рис. 5. Дисперсия поперечных поляритонов в гиротропной среде. Обратите внимание на различие в диапазоне частот (и волновых векторов) на рис. а и б. На рисунке а показана область частот вблизи ω_{\perp} и ниже нее; окрестность частоты ω_{\parallel} находится много выше и не помещается на рисунке. На рисунке б показана область частот вблизи ω_{\parallel} и выше нее; окрестность частоты ω_{\perp} находится много ниже и не помещается на рисунке. Точки пересечения пунктирных линий с дисперсионными кривыми отвечают допустимым значениям волнового вектора k для волн с данной частотой ω . На обоих рисунках видны поляритоны с отрицательной групповой скоростью.

наличию трех волн, которые в некоторых областях спектра могут распространяться в среде. Рисунок 5а иллюстрирует дисперсию поперечных поляритонов, получающуюся из уравнения (42а) при использовании модельной диэлектрической функции $\varepsilon(\omega)$, заданной уравнением (28), и постоянной $\delta(\omega) = \delta$ [36].

Легко убедиться в том, что, как и для сред с центром инверсии (см. раздел 4.1), возникающая в обсуждаемом случае дисперсия поляритонов обусловлена специфической зависимостью энергии экситона от волнового вектора \mathbf{k} [7, 39]. Для того чтобы убедиться в справедливости сказанного, рассмотрим область частот вблизи резонанса ω_{\perp} , в которой обратную диэлектрическую проницаемость можно приближенно представить в виде линейной функции

$$\varepsilon^{-1}(\omega) \approx A_{\perp}(\omega_{\perp} - \omega), \quad A_{\perp} = \frac{2\omega_{\perp}}{F_e}. \quad (43)$$

Далее перейдем в уравнении (42а) к пределу $c \rightarrow \infty$ (т.е. не будем учитывать запаздывающее взаимодействие между зарядами), тогда

$$\omega_{\perp}(k) = \omega_{\perp} \mp \frac{\delta}{A_{\perp}} k. \quad (44)$$

Таким образом, "микроскопическое" происхождение соотношения (42) обусловлено наличием в законе дисперсии экситона линейного по \mathbf{k} слагаемого, имеющего разные знаки для экситонов с разной поляризацией.

Линейное поведение (44) представляет собой первые члены в разложении энергии экситона по степеням k в гиротропной среде с параметром гиротропии δ . Впервые линейная зависимость частоты дипольно-активных возбуждений от волнового вектора наблюдались экспериментально в спектрах комбинационного рассеяния на оптических фононах, распространяющихся вдоль оптической оси кристалла кварца [40].

Как ясно видно из рис. 5а, добавочная волна с волновым вектором k_3 , отвечающая нижней поляритонной ветви, имеет отрицательную групповую скорость.

Кроме того, на той же частоте ω существуют еще две волны с волновыми векторами k_1 и k_2 . Для экспериментальной реализации отрицательного преломления волн с волновым вектором k_3 нужны материалы с как можно большей силой осциллятора экситонного перехода, большой вращательной способностью и достаточно слабой диссипацией волн при частотах ниже резонансной.

4.3. Гиротропные среды в окрестности частоты продольных колебаний

Отрицательное преломление микроволн в искусственной гиротропной среде недавно было рассмотрено с использованием параметров $\varepsilon(\omega)$ и $\mu(\omega)$ в работе Пендри [41] для окрестности продольной частоты ω_{\parallel} ¹. Наше рассмотрение ведется с применением подхода, основанного на последовательном учете пространственной дисперсии, что позволяет выйти за рамки области низких частот. За деталями мы отсылаем читателя к работе [46].

Поскольку продольная частота соответствует нулю диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\omega)$, в этом случае удобно воспользоваться разложением (35) для диэлектрического тензора. Обращение диэлектрической проницаемости в нуль, $\varepsilon(\omega_{\parallel}) = 0$, показывает, что следующий член в разложении, учитывающий пространственную дисперсию, качественно важен. Из определения диэлектрической проницаемости (28) видно, что

$$\omega_{\parallel} = \sqrt{\omega_{\perp}^2 + \frac{F_{\epsilon}}{\epsilon_b}},$$

таким образом, $\varepsilon(\omega)$ в окрестности ω_{\parallel} ведет себя как линейная функция ω :

$$\varepsilon(\omega) \approx A_{\parallel}(\omega - \omega_{\parallel}), \quad A_{\parallel} = \frac{2\epsilon_b^2 \omega_{\parallel}}{F_{\epsilon}}. \quad (45)$$

Уравнение (35) в изотропной среде имеет вид

$$\mathbf{D} = \varepsilon(\omega)\mathbf{E} + i\gamma(\omega)\mathbf{E} \times \mathbf{k}, \quad (46)$$

где величину гиротропии определяет параметр $\gamma(\omega)$. Используя уравнение (12), находим, что поля *поперечных* поляритонов удовлетворяют уравнению

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} \mathbf{E} = \varepsilon(\omega)\mathbf{E} + i\gamma(\omega)\mathbf{E} \times \mathbf{k}. \quad (47)$$

Нетривиальными решениями уравнения (47) являются волны с круговой поляризацией, закон дисперсии которых можно найти из уравнения

$$\varepsilon(\omega) - \frac{c^2 k^2}{\omega^2} = \pm |\gamma(\omega)|k, \quad (48)$$

где знаки плюс и минус отвечают волнам с разной круговой поляризацией. На рисунке 5б показана диспер-

сия поперечных поляритонов для частот вблизи ω_{\parallel} и выше ω_{\parallel} . Кривые получены из уравнения (48) с использованием модельной диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\omega)$ (28).

Легко качественно понять характер поляритонного спектра, изображенного на рис. 5б, если подставить выражение (45) в дисперсионное уравнение (48). Тогда сразу же получаем дисперсионные кривые для поляритонов в виде "смещенных парабол":

$$\omega_{\pm}(k) \approx \omega_{\parallel} + \frac{c^2}{A_{\parallel}\omega_{\parallel}^2} k^2 \pm \frac{\gamma}{A_{\parallel}} k, \quad (49)$$

где $\gamma = \gamma(\omega_{\parallel})$. Из уравнения (49) и рис. 5б видно, что для каждой частоты ω , при которой волны могут распространяться, существуют решения двух видов. Обозначим соответствующие им волновые векторы через k_1 и k_2 , пусть $k_1 \leq k_2$. Для частот $\omega > \omega_{\parallel}$ волны, отвечающие k_1 и k_2 , принадлежат ветвям с разной поляризацией ($\omega_+(k)$ и $\omega_-(k)$), а при $\omega < \omega_{\parallel}$ — одной и той же ветви, $\omega_-(k)$. Эта ветвь имеет минимум $\omega_-(k_{\min}) = \omega_{\parallel} - \Delta$ (соответствующий самой низкой из частот, при которых в среде могут распространяться волны), который достигается при $k = k_{\min} \approx (\omega_{\parallel}^2/2c^2)\gamma$. Глубина этого минимума

$$\Delta = \omega_{\parallel} - \omega_-(k_{\min}) \approx \frac{\gamma^2 \omega_{\parallel}^2}{4A_{\parallel}c^2} \quad (50)$$

существенно зависит не только от ω_{\parallel} и γ , но и от A_{\parallel} . Очевидно, что ветвь $\omega_-(k < k_{\min})$ (k_1 -волны) при $\omega < \omega_{\parallel}$ имеет отрицательную групповую скорость, поскольку у этой ветви частота уменьшается с возрастанием волнового вектора k_1 . Все другие ветви спектра (49) имеют обычные — положительные — групповые скорости. При минимальной возможной частоте, $\omega_{\parallel} - \Delta$, $k_1 = k_2 = k_{\min}$ и групповые скорости обеих волн становятся равными нулю.

Интересно отметить, что, как и в случае, показанном на рис. 1, волны с отрицательной групповой скоростью в случае, соответствующем рис. 5б, возникают в том частотном диапазоне, в котором электромагнитных волн не было бы в отсутствие магнитного резонанса. В гиротропной среде отрицательной групповой скоростью обладают волны только с одной из двух поляризаций, а волны с другой поляризацией имеют обычную — положительную — групповую скорость.

Поскольку фазовые скорости волн с правой и левой поляризациями различны, плоскость поляризации линейно поляризованного света будет вращаться. Полезно отметить, что из уравнения (48) следует точное соотношение между значениями волновых векторов k_2 и k_1 при одной и той же частоте $\omega > \omega_{\parallel}$ для произвольных зависимостей $\varepsilon(\omega)$ и $\gamma(\omega)$ от ω :

$$k_2 - k_1 = \frac{\gamma \omega^2}{c^2}, \quad (51)$$

а соответствующее ему уравнение для частот $\omega < \omega_{\parallel}$ дает значение суммы этих векторов при одном и том же значении частоты:

$$k_2 + k_1 = \frac{\gamma \omega^2}{c^2}. \quad (52)$$

¹ Упомянем здесь теоретические работы [42, 43], в которых отрицательное преломление достигалось формальным подбором параметров ε и μ , а также работы [44, 45], в которых с помощью численного расчета продемонстрирована возможность фокусировки волн с круговой поляризацией.

Уравнения (51) и (52) приводят к одному и тому же значению для вращательной способности:

$$\rho = \frac{\gamma\omega^2}{2c^2},$$

при частотах и выше, и ниже ω_{\parallel} (см. [46]). Изменяя ρ (вращение плоскости поляризации на единицу длины прохождения луча), можно таким образом получить информацию о параметре гиротропии $\gamma(\omega)$.

Диссипация может сильно осложнить практическую реализацию условий для наблюдения отрицательного преломления. Приведем количественную иллюстрацию к рассматриваемому нами сейчас случаю гиротропной среды в окрестности продольной частоты. Совершенно ясно, что показанная на рис. 5б дисперсия волн имеет физический смысл, только если для частот, близких к ω_{\parallel} , глубина минимума Δ (50) достаточно велика по сравнению с диссипативной шириной Γ поперечных электромагнитных волн. Как показано нами в работе [46] на нескольких примерах, это ограничение приводит к весьма жестким требованиям, накладываемым на "допустимые" значения гиротропии и диссипации.

В работе [46] показано, что при экспериментальном решении вопроса о том, подходит ли гиротропный материал для наблюдения отрицательного преломления, может оказаться полезным обычное зеркальное отражение: интересная область частот вокруг ω_{\parallel} должна непосредственно проявляться в свойствах спектра отражения линейно поляризованного падающего света.

4.4. Поверхностные поляритоны

Волны с отрицательной групповой скоростью могут возникать и при распространении поверхностных волн. В качестве примера рассмотрим поверхностные поляритоны вблизи резонанса с колебаниями поверхностного переходного слоя. Известно, что поверхностный переходный слой (например тонкая пленка на подложке) может коренным образом изменить дисперсию поверхностных поляритонов, если они находятся в резонансе с колебательными или электронными возбуждениями слоя [47]. Переходный слой, подобранный правильным образом, может привести к тому, что дисперсионные кривые поверхностных поляритонов будут иметь участки с отрицательной групповой скоростью.

Рассмотрим систему, состоящую из тонкой пленки толщиной $d \gg a$ (a — постоянная решетки) с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(\omega)$, которая помещена между двумя полубесконечными средами с диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_1(\omega) > 0$ и $\varepsilon_2(\omega) < 0$ соответственно. В этой системе в определенном интервале частот существуют поверхностные поляритоны, и их дисперсионная кривая $\omega(k)$ определяется уравнением [47]

$$\frac{\varkappa_1}{\varepsilon_1} + \frac{\varkappa_2}{\varepsilon_2} + k^2 p + \frac{\varkappa_1}{\varepsilon_1} \frac{\varkappa_2}{\varepsilon_2} q = 0. \quad (53)$$

Здесь k — двумерный волновой вектор поверхностных поляритонов, направленный вдоль границы раздела сред, среда предполагается изотропной в плоскости раздела. Параметры в уравнении (53) определяются так:

$$\varkappa_i = \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} \varepsilon_i, \quad i = 1, 2,$$

$$q = (\varepsilon - \varepsilon_2)d, \quad p = \left(\frac{1}{\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon_2}\right)d,$$

при этом предполагается, что $kd \ll 1$. При значении $d = 0$ параметры p и q также обращаются в нуль и (53) сводится к хорошо знакомому уравнению дисперсии поверхностных поляритонов на границе раздела между двумя полубесконечными средами. Описываемый нами эффект возникает благодаря наличию тонкой пленки, т.е. благодаря тому, что $d \neq 0$. Однако, поскольку $kd \ll 1$, ясно, что члены уравнения (53), пропорциональные d , будут особенно важны в той области частот, где либо диэлектрическая проницаемость $\varepsilon(\omega) \approx 0$ (продольный резонанс), либо обратная ей функция $\varepsilon^{-1}(\omega) \approx 0$ (поперечный резонанс). Часто в первом из этих двух случаев влияние тонкой пленки на дисперсию поверхностных поляритонов оказывается более сильным.

Для того чтобы проиллюстрировать, как существенно может влиять тонкая пленка на поверхностные поляритоны вблизи резонанса, рассмотрим тонкую металлическую пленку, напыленную на металлическую подложку. В этом случае $\varepsilon_1 = 1$, а оптический отклик обоих металлов (пленки и подложки соответственно) можно аппроксимировать модельным выражением Друде:

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad \varepsilon_2(\omega) = 1 - \frac{\omega_{2p}^2}{\omega^2}. \quad (54)$$

В отсутствие тонкой пленки поверхностные плазмон-поляритоны подложки существуют в интервале частот

$$0 < \omega < \frac{\omega_{2p}}{\sqrt{2}}.$$

Пусть теперь $\omega_p \ll \omega_{2p}$, тогда резонанс между поверхностными поляритонами подложки и плазмонами тонкой металлической пленки возникает при частоте $\omega \approx \omega_p$.

На рисунке 6 изображена дисперсия поляритонов, возникающих в такой системе. Здесь использованы значение $(\omega_{2p}/\omega_p)^2 = 15,2$ и значение толщины пленки

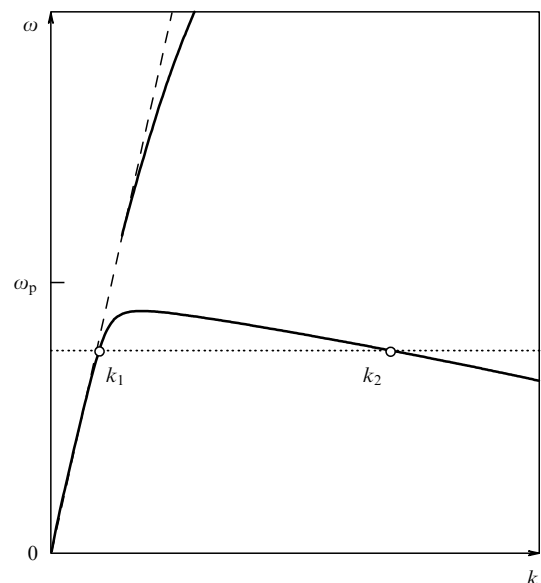


Рис. 6. Дисперсия поверхностных поляритонов, возникающая при резонансе с колебаниями в тонком поверхностном слое. Резонанс возникает при частоте ω_p . Ясно видны и щель в спектре, и ветвь с отрицательной групповой скоростью (с волновым вектором k_2 для данной частоты).

$d \approx 26 \text{ \AA}$, соответствующие экспериментальным результатам [48], полученным в случае алюминиевой подложки, покрытой серебряной пленкой. Благодаря резонансу поляритонный спектр, показанный на рис. 6, распадается на две ветви, разделенные щелью. Очевидно, что для данной частоты ω существуют два решения, отвечающие нижней поляритонной ветви. То из них, которое отвечает большему значению k (обозначенному как k_2), соответствует добавочной поверхностной поляритонной волне с отрицательной групповой скоростью. Из рисунка ясно видно, что частота убывает линейно, и причину этого легко прояснить с помощью следующего анализа.

В самом деле, при $\omega \approx \omega_p \ll \omega_{2p}$ величины диэлектрической проницаемости (54) должны удовлетворять условиям

$$-\varepsilon_2(\omega) \gg 1, \quad |\varepsilon(\omega)| \ll 1.$$

Тогда вторым и четвертым членами в левой части уравнения (53) можно пренебречь, так как $|\varkappa_2/\varepsilon_2| \ll \varkappa_1$ и $|\varkappa_1 \varkappa_2 / \varepsilon_1 \varepsilon_2 q| \ll k^2 |p|$. При достаточно больших k справедливо соотношение $\varkappa_1 \approx k$ и из уравнения (53) сразу следует уравнение дисперсии поляритона:

$$\omega(k) \approx \omega_p \left(1 - \frac{kd}{2} \right). \quad (55)$$

Уравнение (55) описывает отрицательную групповую скорость нижней поляритонной ветви, показанной на рис. 6.

Экспериментальное наблюдение [49] термически возбужденного излучения таких поверхностных поляритонов с отрицательной групповой скоростью осуществлено для системы, состоящей из пленки ZnSe на подложке из Al и Cr. Эксперименты [50] для тонких пленок LiF на сапфировой подложке подтвердили следующую из уравнения (53) зависимость величины энергетической щели от толщины пленки (величина щели пропорциональна \sqrt{d}). С ростом резонансной плазменной частоты эта щель может существенно увеличиваться. Так, в упомянутой работе [48] наблюдалась щель величиной 0,4 эВ в спектре поверхностных плазмонов для алюминиевой подложки, покрытой серебряной пленкой толщиной $d = 2,6 \text{ нм}$, что хорошо согласуется с теоретической оценкой. Расщепление дисперсии поверхностных поляритонов наблюдалось также в системах, состоящих из органического монослоя [51] и тонкой органической пленки [52], помещенных на серебряную подложку.

Теория распространения поверхностных волн при учете дифракции волн на краю пленки и добавочных поверхностных волн была развита в работе [53]. Наличие дифракции и превращения поверхностных волн в объемное излучение и, наоборот, объемного излучения в поверхностные волны существенно усложняет проблему нахождения ДГУ для поверхностных волн.

5. Магнитная восприимчивость на оптических частотах

Мы уже обсуждали в разделах 3.1, 3.2 и 3.4 некоторые особенности соответствия между двумя подходами, используемыми в электродинамике сплошных сред. Один из подходов основан на учете пространственной

дисперсии: в нем рассматриваются три поля ($\mathbf{E}, \mathbf{D}, \mathbf{V}$) и система уравнений дополняется материальными уравнениями (9) с диэлектрическим тензором $\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k})$. В другом (возможно, более привычном), так называемом "симметричном" подходе в явном виде рассматриваются все четыре поля ($\mathbf{E}, \mathbf{D}, \mathbf{V}, \mathbf{H}$) и для монохроматических волн используются материальные уравнения

$$\mathbf{D} = \varepsilon(\omega)\mathbf{E}, \quad \mathbf{V} = \mu(\omega)\mathbf{H}. \quad (56)$$

Использование уравнений (56) вместе с уравнениями Максвелла приводит к обычному дисперсионному уравнению (3) для плоских волн, распространяющихся в *пространственно однородной* среде.

В этом разделе мы рассмотрим условия, при которых магнитная восприимчивость $\mu(\omega)$, входящая в уравнение (56), сохраняет свой физический смысл при описании непрерывной среды. Для естественных материалов этот вопрос анализируется в учебнике Ландау и Лифшица [6], где делается следующий вывод: "В отличие от $\varepsilon(\omega)$ магнитная проницаемость $\mu(\omega)$ при увеличении частоты сравнительно рано теряет свой физический смысл". Что это означает? Хорошо известно, что для перехода к пространственно-усредненным величинам, осуществляемого при макроскопическом описании, требуется, чтобы характеризующие среду микроскопические размеры a (таких размеров может быть несколько) были много меньше, чем длина, на которой изменяются макроскопические электромагнитные поля (т.е., например, длина электромагнитных волн в среде: $a \ll \lambda$). Для естественных материалов a обычно порядка атомного или молекулярного размера, постоянной решетки или длины свободного пробега зарядов.

Во многих из недавних работ, последовавших за работой Пендри [54], макроскопические уравнения Максвелла используются для изучения распространения волн и отрицательного преломления в искусственных периодических или аморфных структурах (метаматериалах). Ссылки на более ранние исследования в рамках того же подхода как периодических, так и аморфных искусственных сред можно найти в [55]. Эти материалы — композиты, составленные из элементов самой разной формы (сфер, линейных проводников и т.д.). Геометрические размеры составляющих материал объектов ("искусственных молекул") и соответствующая постоянная решетки (новый масштаб длины a) могут быть в сотни раз больше, чем в естественных материалах. В качестве примера отметим здесь структуру, составленную из пар золотых наностырей размером порядка 80–200 нм, изучавшуюся в работе [56] при длине световой волны в вакууме от 400 до 700 нм. Другой пример — недавняя работа [57], в которой использовалась двойная периодическая структура, состоящая из пар параллельных золотых нанопрутьев размером $780 \times 220 \times 50 \text{ нм}$. Длина волны падающего света варьировалась в области 500–2000 нм. Структуры, изучавшиеся в работах [56, 57], изготавливались с целью создания метаматериала с отрицательным коэффициентом преломления на оптических частотах. Однако в обоих случаях фактически были созданы лишь "монослои", а не объемные структуры.

Существует два различных способа анализа таких композитов. Поскольку размеры нанообъектов существенно превосходят атомные размеры, каждый из этих объектов можно описывать в рамках обычной макро-

скопической теории и характеризовать, например, соответствующими $\varepsilon(\omega)$ и $\mu(\omega)$. Тогда задачу о распространении света в композитном материале можно решать, задавая на поверхностях нанообъектов граничные условия Максвелла, с помощью, например, метода конечных разностей численной электродинамики [58]. Очевидно, что при таком мощном и прямолинейном подходе нет необходимости вычислять эффективные материальные характеристики среды, а обычные значения $\varepsilon(\omega)$ и $\mu(\omega)$ зависят от точки пространства. Любые ограничения, накладываемые на значение функции $\mu(\omega)$ в этом подходе, — те же, что и для природных материалов.

Другой, концептуально привлекательный и допускающий аналитическое решение метод состоит в проведении "повторного усреднения" структуры композита и использовании для полученной эффективно-однородной среды макроскопических уравнений Максвелла. Такой метод применим до тех пор, пока $\lambda \gg a$, т.е. пока среда может описываться соответствующими *эффективными* проницаемостью и восприимчивостью. Важно, что рассмотрение распространения волн, подобное тому, которое обычно проводится для естественных однородных конденсированных сред с $a \ll \lambda$, оправдано только в том случае, когда возможно введение постоянных в пространстве эффективных параметров ε , μ или $\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k})$. Однако оказывается, что представление об эффективной восприимчивости $\mu(\omega)$ имеет ограниченную область применимости [6].

5.1. Магнитный момент макроскопического тела

Сложность определения физического смысла $\mu(\omega)$ при высоких частотах в [6], важного как для теории, так и для интерпретации эксперимента, связывается с тем, что может оказаться невозможным "измерение" восприимчивости посредством измерения *полного* индуцированного магнитного момента макроскопического тела. В самом деле, индуцированная макроскопическая плотность тока \mathbf{J} в зависящем от времени поле создается как за счет намагнитченности

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{B} - \mathbf{H}}{4\pi}, \quad (57)$$

так и за счет диэлектрической поляризации $\mathbf{P} = (\mathbf{D} - \mathbf{E})/4\pi$:

$$\mathbf{J} = c \nabla \times \mathbf{M} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}. \quad (58)$$

Уравнение (58) может быть получено, с одной стороны, непосредственно из усредненных макроскопических уравнений Максвелла

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (59)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t},$$

а с другой стороны, из вычисления тока $\mathbf{J} = \langle \rho \mathbf{v} \rangle$ как среднего от микроскопической плотности тока при известных положениях и скоростях заряженных частиц в среде [33, 35].

Индукированный полный магнитный момент макроскопического тела

$$\mathbf{M}^{\text{tot}} = \frac{1}{2c} \int (\mathbf{r} \times \mathbf{J}) dV$$

также есть сумма двух слагаемых:

$$\mathbf{M}^{\text{tot}} = \mathbf{M}_1^{\text{tot}} + \mathbf{M}_2^{\text{tot}}, \quad (60)$$

где

$$\mathbf{M}_1^{\text{tot}} = \int \mathbf{M} dV, \quad (61)$$

$$\mathbf{M}_2^{\text{tot}} = \frac{1}{2c} \int \left(\mathbf{r} \times \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \right) dV. \quad (62)$$

Таким образом, физический смысл намагнитченности \mathbf{M} как магнитного момента единицы объема тела связан с возможностью пренебречь в уравнении (60) вкладом (62) зависящей от времени диэлектрической поляризации. Только тогда, когда этим вкладом можно пренебречь, восприимчивость $\mu(\omega)$ можно считать физической величиной, определяющей магнитный момент единицы объема.

Заметим, что для электрического дипольного момента аналогичной проблемы не существует [6]: полный электрический дипольный момент определяется соотношением, подобным соотношению (61): $\mathbf{P}^{\text{tot}} = \int \mathbf{P} dV$.

Возникает естественный вопрос об условиях, при которых вклад $\mathbf{M}_2^{\text{tot}}$ в \mathbf{M}^{tot} действительно мал. Используя уравнения Максвелла (59) и определения \mathbf{M} (57) и \mathbf{P} , можно легко вычислить относительные вклады в индуцированный ток (58) для монохроматических плоских волн. Для того чтобы вклад магнитного тока был доминирующим, т.е.

$$|c \nabla \times \mathbf{M}| \gg \left| \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \right|,$$

и, следовательно, членом $\mathbf{M}_2^{\text{tot}}$ можно было бы пренебречь, необходимо выполнение неравенства

$$R(\omega) = \left| \frac{\varepsilon(\omega)(\mu(\omega) - 1)}{\varepsilon(\omega) - 1} \right| \gg 1. \quad (63)$$

Таким образом, если для заданных $\varepsilon(\omega)$ и $\mu(\omega)$ величина $R(\omega) \gg 1$, то вкладом $\mathbf{M}_2^{\text{tot}}$ можно пренебречь и тогда величина $\mu(\omega)$, входящая в одно из уравнений (56), будет более или менее точно определять магнитный момент единицы объема, возникающий при распространении в среде плоской электромагнитной волны. Если же неравенство (63) не выполняется, то магнитный момент единицы объема определяется в основном током электрической поляризации, а физический смысл величины магнитной восприимчивости $\mu(\omega)$, определяющей, в том числе, величину коэффициента преломления волн, оказывается неясным. Теперь мы уже не можем сказать, что величина $\mu(\omega)$ представляет собой магнитный момент единицы объема, таким образом, правомерность ее использования, а следовательно, и симметричного подхода становится сомнительной. Тем не менее физический смысл величины $\mu(\omega)$ может быть определен и в этом случае, если возможно ее независимое измерение. Использование плоской волны, на основе которой получено неравенство (63), является не лучшим способом определения величины магнитной восприимчивости $\mu(\omega)$. Причина заключается в том, что электромагнитная волна создает не самые подходящие условия для уменьшения величины $\mathbf{M}_2^{\text{tot}}$, поскольку электрическое

поле волны относительно сильное. Вместо этого можно, как обсуждается в [6], поместить макроскопическое тело с малым размером в зависящее от времени (монохроматическое) магнитное поле, создаваемое внешним током \mathbf{J}_{ext} . Электрическое поле должно быть относительно слабым, и тогда вклад электрической поляризации в магнитный момент единицы объема может быть сделан малым. Для того чтобы решить задачу аналитически, возьмем цилиндрический образец длиной L и радиусом l и поместим его внутрь соленоида, в котором магнитное поле создается внешним круговым током. При такой геометрии малость образца означает, что

$$l \ll \lambda. \quad (64)$$

С другой стороны, образец должен быть макроскопическим:

$$l \gg a, \quad (65)$$

для того чтобы вообще имело смысл вводить эффективную магнитную восприимчивость.

Если выполняется условие (64), то магнитное поле в образце создается в основном внешним током. Обозначим величину этого постоянного поля через H . Появление поля H приводит к постоянной намагниченности образца $M = (\mu(\omega) - 1)H/4\pi$, и его вклад (61) в полный магнитный момент выражается в виде

$$M_1^{\text{tot}} = \left| l^2 L (\mu(\omega) - 1) \frac{H}{4} \right|. \quad (66)$$

Однако переменное магнитное поле создает в образце также и электрическое поле в соответствии с уравнением Максвелла

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}.$$

В рассматриваемой геометрии величина этого поля является функцией расстояния от оси цилиндра x : $E = |\omega \mu(\omega) H x / 2c|$. Величина плотности тока электрической поляризации тогда представляется как $|\partial P / \partial t| = |\omega^2 \mu(\omega) (\varepsilon(\omega) - 1) H x / 8\pi c|$, а следовательно, второй вклад (62) в полный магнитный момент имеет вид

$$M_2^{\text{tot}} = \left| l^4 L \omega^2 \mu(\omega) (\varepsilon(\omega) - 1) \frac{H}{32c^2} \right|. \quad (67)$$

Из уравнений (66) и (67) получаем, что, для того чтобы преобладал "магнитный" вклад

$$|M_1^{\text{tot}}| \gg |M_2^{\text{tot}}|,$$

должно выполняться неравенство

$$\frac{8c^2}{\omega^2 l^2} \left| \frac{1 - 1/\mu(\omega)}{\varepsilon(\omega) - 1} \right| \gg 1. \quad (68)$$

Используя вместо частоты ω соответствующую ей длину плоской волны в среде $\lambda(\omega) = 2\pi c / \omega \sqrt{\varepsilon \mu}$, можно переписать критерий (68) в виде

$$\frac{2}{\pi^2} R(\omega) \left(\frac{\lambda(\omega)}{l} \right)^2 \gg 1. \quad (69)$$

При выполнении критерия (68) величина $\mu(\omega)$ сохраняет свой смысл вне зависимости от выполнения неравенства (63). Этот критерий "слабее" неравенства (63) в силу условия (64). Разумеется, численные коэффициенты в неравенствах (68), (69) зависят от выбора формы образца, а те интервалы частот, в которых условие (64) не выполняется, следует исключить из приведенного выше рассмотрения.

Отметим, что неравенства (63) и (68) естественным образом следуют из сравнения вкладов отклика среды в обобщенную диэлектрическую проницаемость $\varepsilon_{\perp}(\omega, k) - 1$ в уравнении (20): для выполнения этих неравенств необходимо, чтобы вклад члена с пространственной дисперсией $\propto k^2$ был больше, чем вклад члена без пространственной дисперсии. Для заданной частоты ω неравенство (63) соответствует в уравнении (20) волновому вектору k волны в среде, а неравенство (68) — волновому вектору $k \sim 1/l$, т.е. $1/k$ имеет порядок размера образца.

Для того чтобы легче было удовлетворить неравенству (68), размер образца l должен быть как можно меньшим, но все же таким, чтобы образец оставался макроскопическим телом (см. (65)). Очевидно, что чем меньше микроскопический размер a , тем меньшим может быть размер образца l и тем легче удовлетворить неравенству (69). Наименьшее возможное значение a — порядка атомных или молекулярных размеров — встречается в естественных материалах. Наличие множителя ω^2 в знаменателе левой части критерия (68) ясно показывает, что при достаточно низких частотах этот критерий выполняется хорошо, поскольку при низких частотах величины $\varepsilon(\omega)$ и $\mu(\omega)$ слабо зависят от частоты. С возрастанием частоты удовлетворить критерию (68) становится все труднее.

Конечно, выполнение этого критерия зависит также и от деталей частотной зависимости функций $\varepsilon(\omega)$ и $\mu(\omega)$. Используя, например, модельные выражения (4) и (5), запишем левую часть неравенства (68) в виде

$$\frac{8c^2}{\omega^2 l^2} \frac{F_m}{F_e} \left| \frac{\omega_{\perp}^2 - \omega^2}{\omega_{\text{mz}}^2 - \omega^2} \right|. \quad (70)$$

Величина (70) имеет "горб" в узкой области вблизи нуля магнитной восприимчивости ω_{mz} , который в действительности будет "размыт" из-за диссипации. Помимо того, величина выражения (70) определяется множителем

$$\frac{c^2}{\omega^2 l^2} \frac{F_m}{F_e} \sim \frac{a^2}{l^2}, \quad (71)$$

где стоящая справа оценка сделана для естественных (состоящих из молекул или атомов) материалов при оптических частотах $\omega \sim \omega_{\perp} \sim \omega_{\text{mz}}$ (см. (34)). Очевидно, что для данного макроскопического размера образца (65) неравенство (68) в общем случае не может выполняться для оптических частот. Измерения (или модельные расчеты) *полного* магнитного момента макроскопического тела в этой области частот не будут определяться магнитным моментом единицы объема \mathbf{M} , за исключением, возможно, некоторых частотных интервалов.

Представляется разумным предположить, что та же оценка (71) и тот же вывод справедливы также для метаматериалов, созданных из достаточно маленьких

($a \ll \lambda$) металлических или иных структур, если электрическая и магнитная резонансные частоты имеют тот же порядок, что и ω_p , а величина, эквивалентная F_m/F_e , имеет порядок $\omega_p^2 a^2/c^2$. Можно было бы проверить, выполняется ли условие, подобное (68), для структур различной формы, данные о которых опубликованы, и установить область частот, в которой восприимчивость $\mu(\omega)$ имеет физический смысл при макроскопическом описании образца. Несмотря на то, что характерный размер a в метаматериалах гораздо больше размера атома (составляет несколько десятков или сотен нанометров), очевидно, однако, что область частот, в которой удовлетворительно выполняется набор неравенств

$$a \ll l \ll \lambda(\omega), \quad (72)$$

при возрастании a в общем случае будет смещаться в сторону меньших частот. Действительно, может оказаться, что в метаматериалах с большими a неравенства (72) не выполняются для большинства частот, но длина волны λ все же заметно превосходит a . Тогда восприимчивость невозможно измерить (и, следовательно, определить ее физический смысл) с помощью описанного выше соленоида. В этой ситуации для оценок остается, по сути, только критерий (63). Нам неизвестна какая-либо лучшая конфигурация для "измерения" восприимчивости.

До тех пор, пока $\lambda \gg a$, метаматериал, разумеется, можно рассматривать как сплошную среду, а подход, основанный на учете пространственной дисперсии и использующий тензор $\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k})$, представляет собой разумную альтернативу подходу, использующему $\varepsilon(\omega)$ и $\mu(\omega)$ на тех частотах, на которых $\mu(\omega)$ теряет физический смысл. Однако из рассуждений, приведенных в разделе 3, следует, что до тех пор, пока учет пространственной дисперсии ограничивается членами $\propto k^2$, как, например, в уравнении (22), формально можно описывать поперечные поляритоны в рамках $\varepsilon(\omega)$ - $\mu(\omega)$ -подхода, если теперь уже некая эффективная восприимчивость $\mu(\omega)$ задана уравнением (20), из которого следует обычное выражение (3) для коэффициента преломления. Однако из рассуждений, приведенных в этом разделе, ясно, что определенную таким образом восприимчивость $\mu(\omega)$ в общем случае нельзя связать с полным магнитным моментом макроскопического тела при оптических частотах, так как учитывается только та часть пространственной дисперсии, которая обусловлена магнитными дипольно-разрешенными переходами. Описанный метод, основанный на учете пространственной дисперсии, разумеется, позволяет исследовать другие виды дисперсии и соответствующие качественно новые эффекты (такие как возникновение добавочных волн), которые полностью отсутствовали бы в описании материальных свойств тела в терминах $\varepsilon(\omega)$ и $\mu(\omega)$.

Когда любой из структурных размеров a метаматериала становится сопоставимым с длиной волны света в среде λ , описание распространения волн в композите в рамках электродинамики сплошных сред становится невозможным, поскольку композит нельзя считать, как уже упоминалось, "эффективной непрерывной" средой, и следует использовать описание с помощью зависящей от координаты функции отклика материала.

Актуален анализ применимости $\varepsilon(\omega)$ - $\mu(\omega)$ -подхода к результатам уже опубликованных работ, в которых

утверждалось о наблюдении в метаматериалах отрицательного преломления в оптической области. К сожалению, в публикациях не всегда приводятся данные о величинах $\varepsilon(\omega)$ и $\mu(\omega)$. В некоторых случаях приводимое авторами этих работ значение мнимой части коэффициента отражения оказывается порядка значения действительной части или даже превосходит его, что исключает возможность серьезного отношения к публикуемым утверждениям. Важно также, чтобы изучаемые экспериментально структуры являлись по-настоящему трехмерными, а не двумерными монослоями: монослои даже искусственных материалов следует учитывать только в граничных условиях для полей. Никакого отношения к отрицательному преломлению в трехмерных материалах эксперименты с "монослоями", вообще говоря, не имеют.

6. Другие интересные эффекты

6.1. Генерация гармоник в средах с отрицательной групповой скоростью

Генерация гармоник в среде с отрицательной групповой скоростью имеет ряд особенностей. Здесь, следуя [8], на качественном уровне кратко расскажем об одном из интересных эффектов. Рассмотрим полубесконечную среду, в которой могут распространяться волны с отрицательной групповой скоростью в некотором диапазоне частот. Обычно спектральная ширина $\Delta\omega$ этого интервала достаточно узка: $\Delta\omega \ll \omega$. Пусть лазерный луч с частотой ω_1 , находящейся внутри интервала $\Delta\omega$, падает на среду из вакуума. Тогда частота второй гармоники ($2\omega_1$) и частоты более высоких гармоник приходятся на ту область частот, при которых в среде распространяются волны уже с положительной групповой скоростью. Как известно, источники генерации гармоник определяются тензорным произведением нелинейных восприимчивостей $\chi^{(2)}, \chi^{(3)}, \dots$ и амплитуд поля в среде. Например, источник генерации второй гармоники имеет вид $\chi_{ij}^{(2)} E_i(\omega, \mathbf{k}) E_j(\omega, \mathbf{k})$, аналогично и для более высоких гармоник. При малых значениях интенсивности поле $E(\omega, \mathbf{k})$ может быть вычислено в линейном приближении без учета нелинейного взаимодействия. Поскольку входящая преломленная волна соответствует частоте, на которой распространяются волны с отрицательной групповой скоростью, ее волновой вектор направлен из объема тела к его поверхности, как показано на рис. 7а. Тогда волновой вектор источника, например, второй гармоники равен $2\mathbf{k}$ и также направлен к границе раздела между телом и вакуумом. С другой стороны, волновой вектор волны с частотой $2\omega_1$, уносящей энергию от поверхности в глубь нелинейной среды, должен быть направлен от поверхности в глубь тела. Поэтому волновые векторы источника второй гармоники и этой нормальной прошедшей волны будут рассогласованы по фазе, их взаимодействие будет слабым, и эта волна также будет возбуждаться слабо. Такое рассогласование приведет к тому, что основная часть энергии источника второй гармоники будет передана второй гармонике, распространяющейся в вакууме по направлению от поверхности, как схематически показано на рис. 7а. Таким образом, среда с отрицательной групповой скоростью как бы отражает генерируемую лазерным лучом вторую гармонику и тем самым работает как эффектив-

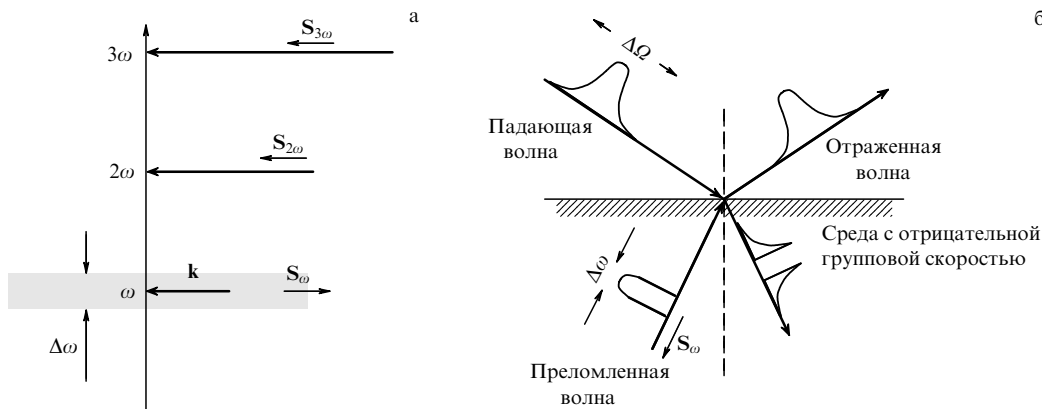


Рис. 7. Схематическая иллюстрация эффектов, обсуждаемых в разделе 6. (а) Генерация гармоник. Частота ω падающей волны попадает в узкий интервал частот $\Delta\omega$, в котором волны в среде имеют отрицательную групповую скорость. Энергия, переданная более высоким гармоникам 2ω и 3ω будет распространяться (вектор Пойнтинга \mathbf{S}) в основном в отраженной моде. (б) Ультракраткий импульс ($\Delta\Omega > \Delta\omega$) в среде с отрицательной групповой скоростью приводит к возникновению двух преломленных импульсов с разным спектральным составом.

ное "зеркало". Детали соответствующих расчетов можно найти в работах [8, 59] (обсуждение генерации гармоник акустических волн в одномерных фоновых кристаллах с отрицательным преломлением см. в [60]). Экспериментальные исследования нелинейных эффектов только начинаются; можно отметить работу [61], в которой наблюдалось усиление интенсивности отраженной второй гармоники в линиях передачи с отрицательной групповой скоростью, обусловленное нелинейными эффектами. Другие нелинейные свойства искусственных материалов с отрицательной групповой скоростью обсуждаются в [62–64].

6.2. Распространение ультракратких импульсов в среде с отрицательной групповой скоростью

В настоящее время можно создавать ультракраткие импульсы в широком диапазоне частот — от терагерцовой области до области далекого ультрафиолета. Интересный эффект, связанный с отрицательным преломлением, может возникнуть, когда спектральная ширина импульса $\Delta\Omega$ заметно превосходит спектральную ширину $\Delta\omega$ интервала частот, для которого в материале существуют волны с отрицательной групповой скоростью [8]. Рассуждая качественно, представим ультракраткий импульс в виде суммы фурье-компонент и проследим распространение каждой из них, а потом соберем их обратно после того, как импульс пройдет через среду.

Если $\Delta\Omega \gg \Delta\omega$, то можно ожидать, что падающий импульс в среде с отрицательной групповой скоростью разложится на три импульса с различным спектральным составом, как схематически показано на рис. 7б. Отраженный импульс должен иметь приблизительно тот же спектральный состав, что и падающий. У двух прошедших импульсов разными будут и направление распространения, и спектральный состав. Центральная часть спектра импульса (шириной $\Delta\omega$) испытывает отрицательное отражение на границе раздела, но компоненты с частотами из "крыльев", которые находятся вне интервала $\Delta\omega$, распространяются по обычным правилам "положительного" преломления. Таким образом, интервал частот $\Delta\omega$ можно определить методами спектроско-

пии, измеряя спектры по-разному преломленных прошедших импульсов.

Необычные эффекты могут возникнуть и в результате генерации гармоник и смешивания волн при применении ультракратких импульсов — высшие гармоники также будут распространяться необычным образом. Поскольку только некоторая часть спектров входящего и выходящего сигналов испытывает отрицательное преломление, выходящие сигналы для прошедшего и отраженного света будут совершенно разными: энергия, форма импульса, спектральный состав и направление распространения будут не такими, как в случае обычной нелинейной среды. Детали описания сложны и зависят от спектрального состава ультракраткого импульса и материала с отрицательным преломлением.

7. Заключение

Нам было приятно в этом обзоре еще раз отдать дань уважения Л.И. Мандельштаму, указавшему еще в начале 1940-х годов на то, что отрицательное преломление волн на границе раздела сред возникает как следствие отрицательной групповой скорости в одной из граничащих сред [1–3]. Понимание этого обстоятельства заставляет обратить особое внимание на различные факторы, оказывающие влияние на закон дисперсии $\omega(\mathbf{k})$ волн, распространяющихся в среде.

Наиболее общий метод исследования таких факторов для электромагнитных волн в эффективно однородной среде состоит в учете пространственной дисперсии. При этом вводится обобщенный диэлектрический тензор $\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k})$, отвечающий отклику среды на возмущения с частотой ω и волновым вектором \mathbf{k} . Нормальные волны (поляритоны) с отрицательной групповой скоростью могут появиться в среде (как в естественных, так и в искусственных метаматериалах), если пространственная дисперсия (зависимость диэлектрического тензора от \mathbf{k}) достаточно сильна. Один из частных случаев возникновения такой ситуации (соответствующий пространственной дисперсии $\propto k^2$) более известен как случай материала, в котором одновременно отрицательны диэлектрическая проницаемость $\varepsilon(\omega)$ и магнитная вос-

приимчивость $\mu(\omega)$. Подход, основанный на учете пространственной дисперсии, позволяет работать также в диапазоне оптических частот, где $\mu(\omega)$ теряет традиционный физический смысл, и даже в тех ситуациях, когда в среде не существует отклика магнито-дипольного типа.

С помощью тензора $\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k})$ можно *единым образом* рассматривать и более сложные материальные уравнения, и вытекающие из них качественно новые эффекты, такие как добавочные поляритонные волны. В настоящем обзоре мы использовали этот подход для описания нескольких физических систем, в которых существуют условия для распространения поляритонов с отрицательной групповой скоростью при оптических частотах. В качестве примеров рассматривались гиротропные и негиротропные среды, объемные и поверхностные волны. Мы надеемся, что эти примеры могут оказаться полезными при подборе материалов для экспериментальных исследований.

Мы сосредоточили основное внимание на физических причинах возникновения поляритонов с отрицательной групповой скоростью. При этом мы не могли детально обсудить многие важные факторы, влияющие на возможность практической реализации эффектов, связанных с существованием отрицательного преломления. Один из них состоит в наличии диссипации — проблемы, разумеется, общей для всех частотных интервалов. Таким образом, например, кристаллы с интенсивными и узкими экситонными резонансами заслуживают особого внимания. Другая проблема состоит в сравнительно низкой эффективности возбуждения добавочных поляритонов из-за рассогласования волновых векторов. Для повышения эффективности их исследования в кристаллах при положительной групповой скорости добавочных волн были предложены схемы, которые, возможно, могут быть применены и в случае отрицательного преломления.

В.М.А. благодарит Российский фонд фундаментальных исследований и Министерство науки и технологий РФ за финансовую поддержку. Авторы выражают благодарность Р.Х. Богману, А.А. Захидову и особенно И.Р. Шену за сотрудничество и обсуждение проблем, связанных с отрицательным преломлением, а также В.Л. Гинзбургу, С.М. Кроуну, А.А. Марадудину и И. Жангу, которые прочли рукопись и сделали много полезных замечаний.

Список литературы

1. Мандельштам Л И *Полное собрание трудов* Т. 5 (М.: Изд-во АН СССР, 1950), см. лекции, прочитанные 26 февраля 1940 г. и 5 мая 1944 г.
2. Мандельштам Л И *ЖЭТФ* **15** 475 (1945)
3. Мандельштам Л И *Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике* (М.: Наука, 1972)
4. Schuster A (Sir) *An Introduction to the Theory of Optics* 2nd ed. (London: E. Arnold, 1909)
5. Brillouin L *Wave Propagation and Group Velocity* (New York: Academic Press, 1960)
6. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1992)
7. Агранович В М, Гинзбург В Л *Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теории экситонов* (М.: Наука, 1965)
8. Agranovich V M et al. *Phys. Rev. B* **69** 165112 (2004)
9. Agranovich V M et al. *J. Lumin.* **110** 167 (2004)
10. Веселаго В Г *УФН* **92** 517 (1967)
11. Сивухин Д В *Оптика и спектроскоп.* **3** 308 (1957)
12. Пафомов В Е *ЖЭТФ* **36** 1853 (1959)
13. Пафомов В Е *ЖЭТФ* **30** 761 (1956); **33** 1074 (1957)
14. Shelby R A, Smith D R, Schultz S *Science* **292** 77 (2001)
15. Pendry J B *Phys. Rev. Lett.* **85** 3966 (2000)
16. Фейнберг Е Л *УФН* **172** 91 (2002)
17. McDonald K T *Am. J. Phys.* **69** 607 (2001)
18. Lamb H *Proc. London Math. Soc.* **1** 473 (1904)
19. Laue M *Ann. Phys. (Leipzig)* **18** 523 (1905)
20. Агранович В М, Пафомов В Е, Рухадзе А А *ЖЭТФ* **36** 238 (1959); Басс Ф Г, Каганов М И, Яковенко В М *ФТТ* **4** 3260 (1962)
21. Франк И М *ЖЭТФ* **36** 823 (1959)
22. Барсуков К А *ЖЭТФ* **36** 1485 (1959)
23. Ильинский Ю А, Келдыш Л В *Взаимодействие электромагнитного излучения с веществом* (М.: Изд-во МГУ, 1989)
24. Рытов С М *ЖЭТФ* **17** 930 (1947)
25. Герценштейн М Е *ЖЭТФ* **26** 680 (1954)
26. Melrose D B, McPhedran R C *Electromagnetic Processes in Dispersive Media: a Treatment on the Dielectric Tensor* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1991)
27. Голубков А А, Макаров В А *УФН* **165** 339 (1995)
28. Виноградов А П *УФН* **172** 363 (2002)
29. Bedeaux D, Osipov M, Vlieger J J. *Opt. Soc. Am. A* **12** 2431 (2004)
30. Keldysh L V, Kirzhnits D A, Maradudin A A (Eds) *The Dielectric Function of Condensed Systems* (Modern Problems in Condensed Matter Sciences, Vol. 24) (Amsterdam: North-Holland, 1989)
31. Mahan G D *Many-Particle Physics* 3rd ed. (New York: Kluwer Acad./Plenum Publ., 2000)
32. Toyozawa Y *Optical Processes in Solids* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2003)
33. Craig D P, Thirunamachandran T *Molecular Quantum Electrodynamics: an Introduction to Radiation-Molecule Interactions* (London: Academic Press, 1984)
34. Barron L D *Molecular Light Scattering and Optical Activity* 2nd ed. (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2004)
35. Джексон Дж Д *Классическая электродинамика* (М.: Мир, 1965)
36. Гинзбург В Л *ЖЭТФ* **34** 1993 (1958)
37. Пекар С И *ЖЭТФ* **33** 1022 (1957)
38. Silvestri L et al. *Nuovo Cimento C* **27** 437 (2004)
39. Агранович В М *УФН* **71** 141 (1960)
40. Pine A S, Dresselhaus G *Phys. Rev.* **188** 1489 (1969)
41. Pendry J B *Science* **306** 1353 (2004)
42. Tretyakov S et al. *J. Electromagn. Waves Appl.* **17** 695 (2003)
43. Mackay T G *Microw. Opt. Technol. Lett.* **45** 120 (2005)
44. Jin Y, He S *Opt. Express* **13** 4974 (2005)
45. Monzon C, Forester D W *Phys. Rev. Lett.* **95** 123904 (2005)
46. Агранович В М, Gartstein Yu N, Zakhidov A A *Phys. Rev. B* **73** 045114 (2006)
47. Агранович В М, в сб. *Поверхностные поляритоны: электромагнитные волны на поверхностях и границах раздела сред* (Под ред. В М Аграновича, Д Л Миллса) (М.: Наука, 1985)
48. Lopez-Rios T, Abeles F, Vuye G *J. Phys. (Paris)* **39** 645 (1978)
49. Vinogradov E A, Leskova T A *Phys. Rep.* **194** 273 (1990)
50. Yakovlev V A, Nazin V G, Zhizhin G N *Opt. Commun.* **15** 293 (1975)
51. Pockrand I, Brillante A, Möbius D *J. Chem. Phys.* **77** 6289 (1982)
52. Bellessa J et al. *Phys. Rev. Lett.* **93** 036404 (2004)
53. Agranovich V M, Leskova T A *Prog. Surf. Sci.* **29** 169 (1988)
54. Pendry J B *Phys. Rev. Lett.* **85** 3966 (2000)
55. Moroz A, <http://www.wave-scattering.com/negative.html>
56. Grigorenko A N et al. *Nature* **438** 335 (2005)

57. Shalaev V M et al. *Opt. Lett.* **30** 3356 (2005)
58. Taflove A *Computational Electrodynamics: the Finite-Difference Time-Domain Method* (Boston: Artech House, 1995)
59. Shadrivov I V, Zharov A A, Kivshar Yu S *J. Opt. Soc. Am. B* **23** 529 (2006); physics/0506092
60. Тарасенко О С, Тарасенко С В, Юрченко В М *Письма в ЖЭТФ* **80** 551 (2004)
61. Kozyrev A B et al. *Appl. Phys. Lett.* **87** 121109 (2005)
62. Lapine M, Gorkunov M, Ringhofer K H *Phys. Rev. E* **67** 065601 (2003)
63. Zharov A A, Shadrivov I V, Kivshar Yu S *Phys. Rev. Lett.* **91** 037401 (2003)
64. O'Brien S et al. *Phys. Rev. B* **69** 241101(R) (2004)

Spatial dispersion and negative refraction of light

V.M. Agranovich

*Institute of Spectroscopy, Russian Academy of Sciences,
142190 Troitsk, Moscow region, Russian Federation
Tel. (7-495) 334-02 24. Fax (7-495) 334-08 24
E-mail: agran@isan.troitsk.ru*

Yu.N. Gartstein. *Department of Physics, The University of Texas at Dallas,
Richardson, Texas 75083, USA*

Negative refraction at the interface between two media occurs as a natural consequence of wave group velocity being negative in one of the media. In this review the historical origins of this understanding are briefly described. A number of systems supporting normal electromagnetic waves (polaritons) with negative group velocity at optical frequencies are analyzed by including spatial dispersion and making use of the generalized dielectric tensor $\epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k})$, which determines the response of a medium to an electromagnetic wave of frequency ω and wave vector \mathbf{k} . Negative group velocity polaritons occur when the medium (whether a natural one or an artificial meta-material) has a sufficiently strong spatial dispersion. Examples of bulk waves and surface waves are given both for chiral and nonchiral systems. The relationship between the $\epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k})$ approach and the more common but less comprehensive description using the dielectric permittivity $\epsilon(\omega)$ and magnetic permeability $\mu(\omega)$ is discussed.

PACS numbers: **42.25. - p, 71.36. + c, 78.20.Ci**

Bibliography — 64 references

Received 13 February 2006, revised 3 August 2006

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **176** (10) 1051 – 1068 (2006)

Physics – Uspekhi **49** (10) (2006)