

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

О формулировке принципа Ферма для света, распространяющегося в веществах с отрицательным преломлением

В.Г. Веселаго

В работе уточнена формулировка принципа Ферма для электромагнитных волн, распространяющихся в веществах с отрицательным коэффициентом преломления (ВОП). Показано, что формулировка принципа Ферма через минимум (или экстремум) времени распространения волны между двумя точками в общем случае неприменима. Правильной является формулировка через экстремум суммарной оптической длины, причем оптическая длина при прохождении волны через ВОП принимается отрицательной.

PACS numbers: 42.15. -i, 42.79.Bh, 78.20.Ci

В работах группы ученых из Университета Сан-Диего [1, 2] сообщалось о практической реализации композитных материалов, необычные электродинамические свойства которых могут быть хорошо объяснены, если принять, что коэффициент преломления таких материалов отрицателен. Отрицательным значением коэффициента преломления могут быть охарактеризованы изотропные вещества, у которых фазовая и групповая скорости антипараллельны. Такая ситуация характерна, в частности, для веществ, у которых значения диэлектрической ϵ и магнитной μ проницаемостей оба являются скалярами и имеют отрицательный знак [3].

Это утверждение означает, что в выражении для коэффициента преломления n

$$n = \pm \sqrt{\epsilon\mu} \quad (1)$$

знак плюс соответствует положительным значениям ϵ и μ , а знак минус — отрицательным.

Следует заметить, что сам факт антипараллельности фазовой и групповой скоростей давно реализован, например, в некоторых электронных устройствах и обычно характеризуется термином "отрицательная групповая скорость". Однако такого рода устройства не могут быть охарактеризованы определенными, тем более скалярными значениями ϵ и μ .

В.Г. Веселаго. Московский физико-технический институт, 141700 г. Долгопрудный, Московская обл., Институтский пер. 9, Российская Федерация
Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, 117942 Москва, ул. Вавилова 38, Российская Федерация
Тел. (095) 133-32-04. Факс (095) 334-45-61
E-mail: v.veselago@relcom.ru

Статья поступила 15 марта 2002 г.,
после доработки 3 июля 2002 г.

Для веществ с отрицательным коэффициентом преломления характерна несколько необычная реализация ряда основных законов оптики, в частности закона Снеллиуса, эффектов Доплера и Черенкова [3]. Так, например, преломленный луч на границе вакуума и среды с отрицательным коэффициентом преломления $n < 0$ отклоняется в сторону, противоположную отклонению для обычного случая $n > 0$.

Эта ситуация полностью описывается законом Снеллиуса

$$\sin(\varphi) = \sin(\psi) n, \quad (2)$$

если значение n принять отрицательным.

Точно так же оказываются обращенными эффекты Доплера и Черенкова. В [3] было также показано, что выпуклые и вогнутые линзы как бы "меняются местами", а обычная плоскопараллельная пластина может при некоторых условиях быть собирающей линзой, как это изображено на рис. 1. Достаточно полное рассмотрение

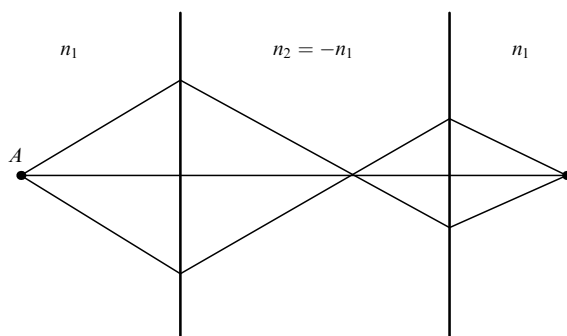


Рис. 1. Прохождение света от объекта A к изображению B сквозь плоскопараллельную линзу, изготовленную из ВОП с коэффициентом преломления $n_2 = -n_1$.

такой плоской линзы содержится в [5]. Все эти явления могут быть легко выражены через общеизвестные формулы геометрической оптики, если знак для коэффициента преломления n считать в них отрицательным.

Хотя в [3] были достаточно полно изложены основные электродинамические свойства веществ с отрицательным коэффициентом преломления, сами такие вещества в руках экспериментаторов отсутствовали. Указывалось, в частности, на возможность реализации одновременно отрицательных значений ϵ и μ в магнитных полупроводниках, однако эти попытки не увенчались успехом прежде всего в силу чисто технологических трудностей при изготовлении таких веществ.

Прорыв в данном направлении наступил совсем недавно, когда группа ученых из Сан-Диего [1, 2] синтезировала искусственный композитный материал, который в диапазоне сантиметровых волн может обладать самыми различными, в том числе отрицательными, эффективными значениями ϵ и μ . Этот композит состоит из диэлектрической основы, в которой вкраплены мелкие металлические элементы с размерами меньше длины волны падающего излучения. Эти элементы реализованы в двух разновидностях. Первая из них — это просто тонкие металлические стерженьки. По сути дела это антенны, взаимодействующие с электрической компонентой падающего поля. Вторая разновидность — это миниатюрные колечки с прорезями, по сути дела маленькие антенны, взаимодействующие с магнитной компонентой поля. Обе эти разновидности располагаются в пространстве в определенном строгом порядке, образуя своего рода решетку с периодом, также меньшим длины волны падающего излучения.

Подбором всех параметров такой решетки можно получить искусственную среду с различными коэффициентами преломления, в том числе с отрицательным. Эксперимент, реализованный в [2], убедительно показал, что преломление электромагнитной волны на границе вакуума и такой композитной среды подчиняется закону Снеллиуса с отрицательным значением n . Тем самым можно считать экспериментально подтвержденными основные положения работы [3].

Публикации [1, 2] послужили толчком к появлению большого количества работ, в которых исследовались свойства веществ с отрицательным коэффициентом преломления и делались попытки оценить их возможные практические применения. Хорошую подборку текстов этих работ можно найти на сайте Университета Сан-Диего [4].

Вещества, которые обладают отрицательным коэффициентом преломления, были названы в [1, 2] "left-handed materials". Этот термин, хорошо звучащий на английском языке, не имеет благозвучного перевода на русский, и, наверное, вещества с $n < 0$ лучше называть "вещества с отрицательным преломлением" (сокращенно — ВОП). Соответственно обычные вещества с $n > 0$ можно обозначать как ВПП. Термин ВОП в какой-то мере соответствует термину "negative refraction", который сейчас часто употребляется в англоязычных публикациях по данной тематике.

Появление ВОП, вообще говоря, не приводит к появлению каких-то совершенно необычных явлений, но, как уже говорилось, в случае ВОП некоторые оптические законы реализуются иначе, чем в привычном для нас случае ВПП.

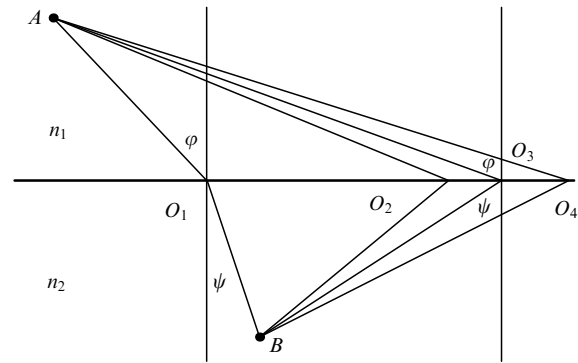


Рис. 2. Прохождение света от точки A до точки B через плоскую границу двух сред с показателями преломления n_1 и n_2 . Случай $n = n_2/n_1 > 0$: свет распространяется по пути AO_1B . Случай $n = n_2/n_1 < 0$: свет распространяется по пути AO_3B ; пути AO_2B и AO_4B — виртуальные пути распространения света для этого случая.

К перечню рассмотренных в [3] явлений и законов нужно добавить еще один важный закон, а точнее, принцип — принцип Ферма. Формулировка этого принципа встречается в литературе в различных вариантах¹, которые можно свести к двум основным.

1. Свет распространяется из одной точки пространства в другую по кратчайшей траектории. (Здесь термин "кратчайший" подразумевает минимальную затрату времени на прохождение этого пути.)

2. Свет распространяется из одной точки пространства в другую по траектории, которая соответствует минимальной длине оптического пути. (Под термином "оптический путь" понимается расстояние, которое свет прошел бы в вакууме за время распространения от одной точки пространства до другой, или же общее число длин волн, укладываемых на данном пути.)

Кроме этих различий, часто утверждается (совершенно справедливо), что термин "минимум пути или времени" в некоторых случаях должен быть заменен на термин "максимум" или даже просто "экстремум".

Если теперь вернуться к двум вышеприведенным формулировкам, то сразу становится ясно, что они обе одинаково справедливы для случая, когда свет проходит только через ВПП, но ни одна из них не подходит к случаю, когда путь распространения света хотя бы частично лежит через ВОП. Это легко подтверждается рис. 2, на котором изображены возможные пути луча, пересекающего плоскую поверхность, разделяющую две среды, имеющие показатели преломления n_1 и n_2 соответственно.

¹ Формулировка принципа Ферма в *Физическом энциклопедическом словаре* (М.: Сов. энциклопедия, 1983), статья "Ферма принцип": Простейшая форма Ф.п. — утверждение, что луч света всегда распространяется в пр-ве между двумя точками по тому пути, вдоль которого время его прохождения меньше, чем вдоль любого из др. путей, соединяющих эти точки. Формулировка принципа Ферма в *Британской энциклопедии*, статья "Fermat's principle" (<http://www.britannica.com>): Statement that light traveling between two points seeks a path such that the number of waves (the optical length between the points) is equal, in the first approximation, to that in neighbouring paths. Another way of stating this principle is that the path taken by a ray of light in traveling between two points requires either a minimum or a maximum time.

В том случае, если n_1 и n_2 оба положительны (т.е. обе среды состоят из ВПП), луч идет по пути AO_1B , а углы φ и ψ удовлетворяют закону Снеллиуса

$$\sin(\varphi) n_1 = \sin(\psi) n_2. \quad (3)$$

Оптическая длина этого пути L равна

$$L = n_1(AO_1) + n_2(O_1B). \quad (4)$$

Нетрудно показать, что закон Снеллиуса (1) будет выполняться в том и только том случае, если вариация оптического пути (4) δL равна нулю:

$$\delta L = \delta\{n_1(AO_1) + n_2(O_1B)\} = 0. \quad (5)$$

При этом сама величина L для реального пути AO_1B будет минимальна и положительна.

В том случае, если обе величины n_1 и n_2 отрицательны (т.е. и сверху, и снизу от границы раздела находятся ВОП), ход лучей будет такой же, как и в предыдущем случае, но с одним важным отличием. В первом случае волновой вектор в обеих средах направлен вдоль лучей, т.е. от A к B , а во втором случае волновой вектор направлен против направления лучей, т.е. от B к A [3]. При этом оптическая длина L оказывается отрицательной, и для реального пути AO_1B она будет максимальной.

Оба рассмотренных случая соответствуют положительному значению величины $n = n_2/n_1$, т.е. относительному показателю преломления второй среды относительно первой.

Положение существенно изменяется, если величина $n = n_2/n_1$ оказывается отрицательной. Это будет в том случае, если по одну сторону границы раздела находится ВПП, а по другую ВОП. В этом случае луч из первой среды во вторую пойдет по пути AO_3B , а для углов φ и ψ по-прежнему будет выполняться закон Снеллиуса (3), но уже при отрицательном значении угла ψ . Для реального пути распространения будет справедливо соотношение

$$\delta L = \delta\{n_1(AO_3) + n_2(O_3B)\} = 0. \quad (6)$$

Это соотношение заменяет (5) при подстановке в него отрицательного значения n для ВОП, например $n_2 < 0$. Тем самым для реального пути выполняется условие экстремальности его оптической длины, причем эта длина определяется через показатель преломления с учетом его знака. Однако в этом случае нельзя априорно утверждать, что реальный путь света соответствует именно максимуму или именно минимуму оптического пути. Тип экстремума в данном случае зависит от геометрии задачи и конкретных величин n_1 и n_2 .

Очень важно, что в этом случае реальный путь от точки A до точки B не является самым коротким по времени распространения. Так, виртуальный путь AO_2B будет проходиться светом за меньшее время, а путь AO_4B — за большее время, чем время прохождения светом реального пути AO_3B .

Таким образом, формулировка принципа Ферма через время распространения света в общем случае не является корректной. Корректной формулировкой является только формулировка этого принципа через экстремум длины оптического пути:

реальный путь распространения света в среде соответствует локальному экстремуму длины оптического пути.

Применение термина "локальный" учитывает тот факт, что в задаче может быть несколько возможных оптических путей, таких, что для них выполняются условия (3) и (5).

Длина оптического пути L между точками A и B в наиболее общем случае, когда коэффициент преломления n меняется от точки к точке, задается интегралом

$$L = \int_A^B n dl. \quad (7)$$

Так как величина n , входящая в (7), может быть и отрицательной, то ясно, что длина оптического пути L (по сути дела эта величина является эйконалом) может иметь любой знак и любую величину. Так, эта длина будет отрицательной, если свет проходит только через ВОП. В некоторых случаях длина оптического пути может равняться нулю. Именно такова длина оптического пути между объектом и его изображением в линзе, сделанной из ВОП и изображенной на рис. 1 [5]. Понятие оптического пути связано с суммарным фазовым набегом по ходу следования луча и определяется показателем преломления n , который определяет фазовую скорость света, а не групповую. Часто применяющееся определение длины оптического пути через время распространения света по сути дела отождествляет фазовую и групповую скорости, что неверно в общем случае, а для ВОП приводит к очень грубым ошибкам.

Различие между фазовой и групповой скоростями для случая линзы, изображенной на рис. 1, приводит еще к одному эффекту. Дело в том, что времена распространения света по центральному лучу и по периферийным лучам в этом устройстве оказываются различными, хотя оптические длины для всех лучей одинаковы. Поэтому при прохождении через такую линзу сверхкоротких импульсов света их форма будет искажаться. Этим недостатком не обладают (в идеале) обычные линзы, изготовленные из ВПП.

Важно отметить, что основные выводы работ [2, 3] некоторыми специалистами воспринимаются с трудом. Так, в статье [6] утверждается, что законы преломления для фазовой и групповой скоростей различны. Это, по мнению авторов [6], приводит к тому, что в ВОП между фазовой и групповой скоростями образуется некий угол. Авторы не смущает тот факт, что наличие такого угла является характерной чертой оптически анизотропных сред, которые в принципе не могут быть охарактеризованы скалярным значением коэффициента преломления n . Это заблуждение авторов [6] очень убедительно разъясняется в работе Пендри и Смита [7].

Интересующиеся свойствами ВОП могут найти также в Лос-Аламосском архиве (xxx.lanl.gov) еще несколько статей по данной тематике, которые размещены 1 июля 2002 г. в разделе cond-mat.

Работа поддержана грантом РФФИ (№ 01-02-16596а).

Данная статья в сокращенном варианте размещена в ИНТЕРНЕТе [8, 9].

Список литературы

1. Smith D R et al. *Phys. Rev. Lett.* **84** 4184 (2000)
2. Shelby R A, Smith D R, Schultz S *Science* **292** 77 (2001)
3. Веселаго В Г *УФН* **92** 517 (1967)
4. http://physics.ucsd.edu/~drs/left_home.htm

5. Pokrovsky A L, Efros A L, cond-mat/0202078
6. Valanju P M, Walser R M, Valanju A P *Phys. Rev. Lett.* **88** 187401 (2002)
7. Pendry J B, Smith D R, cond-mat/0206563
8. Веселаго В Г, Электронный журнал *Исследовано в России* (36) 371 (2002); <http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2002/036.pdf> [Veselago V G, Electronic Journal *Investigated in Russia* (36) 442 (2002); <http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2002/036e.pdf>]
9. Veselago V G, cond-mat/020345

On the formulation of Fermat's principle for light propagation in negative refraction materials

V.G. Veselago

*Moscow Institute of Physics and Technology,
Institutskii per. 9, 141700 Dolgoprudnyi, Moscow Region, Russian Federation
A.M. Prokhorov Institute of General Physics, Russian Academy of Sciences,
117942 Moscow, ul. Vavilova 38, Russian Federation
Tel. (7-095) 133-32 04. Fax (7-095) 334-45 61
E-mail: v.veselago@relcom.ru*

The formulation of Fermat's principle for electromagnetic waves in materials with a negative index of refraction (NIMs) is revised. It is shown that the formulation in terms of the minimum (extremum) of the wave propagation time between two points is not correct in general. The right formulation involves the extremum of the total optical length, with the optical length for propagation through a NIM taken to be negative.

PACS numbers: **42.15. -i**, 42.79.Bh, 78.20.Ci

Bibliography — 9 references

Received 15 March 2002, revised 3 July 2002