

О СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ

А. А. Гершун

Недостаточное проникновение в сущность понятий, когда они привычны и воспринимаются элементарными, порождает особую опасность возникновения неправильных представлений. Иллюстрацией справедливости этого положения могут служить принятые способы изложения вопроса о распределении излучения в сплошном спектре. Обычно это распределение характеризуют спектральной кривой. Она строится так, чтобы площадь, ограниченная сверху спектральной кривой, справа и слева двумя ординатами и снизу осью абсцисс, по которой отложена спектральная шкала, была пропорциональна лучистому потоку в соответствующем интервале спектра (или производной от него фотометрической величине, например энергетической светимости, измеряемой потоком на единицу площади). При этом ординаты считаются мерой спектральной интенсивности излучения.

Так, например, на рис. 1 изображено в равномерной шкале длин волн распределение энергии в спектре абсолютно чёрного тела при температуре $T = 5000^\circ \text{K}$. На основании положения максимума для ординат p_λ этой кривой можно в принятой форме высказать общее суждение, что наибольшие значения спектральной интенсивности излучения абсолютно чёрного тела при данной температуре приходится на видимую область спектра (эта область выделена на шкале рис. 1, причём границы условно приняты равными 0,400 и 0,725 μ). Действительно, соответствующая максимуму кривой длина волны λ_m , определяемая соотношением $\lambda_m T = \text{const}$, при данной температуре равна $\lambda_m = 0,579 \mu$. Это значение близко к тому, которое соответствует максимуму спектральной кривой чувствительности глаза, изображённой на том же рисунке пунктиром.

Однако в равной мере можно высказать утверждение, что максимум спектральной кривой распределения излучения чёрного тела при данной температуре 5000°K лежит, скажем, в инфракрасной области спектра! Действительно, можно, как это обычно и делают в теоретической физике, принять в качестве спектральной координаты не длину волны, а частоту ν . Тогда для данного

случая получится спектральная кривая, изображённая на рис. 2. По оси абсцисс отложены частоты в 10^{14} герц, по оси ординат —

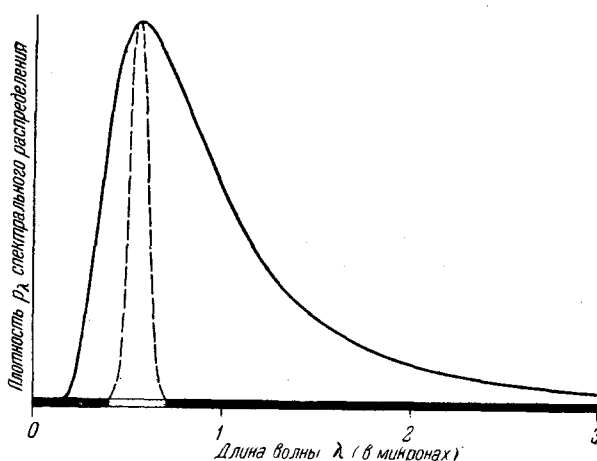


Рис. 1. Спектральная кривая распределения энергии для абсолютно чёрного тела при $T = 5000^\circ \text{K}$ в равномерной шкале длин волн.

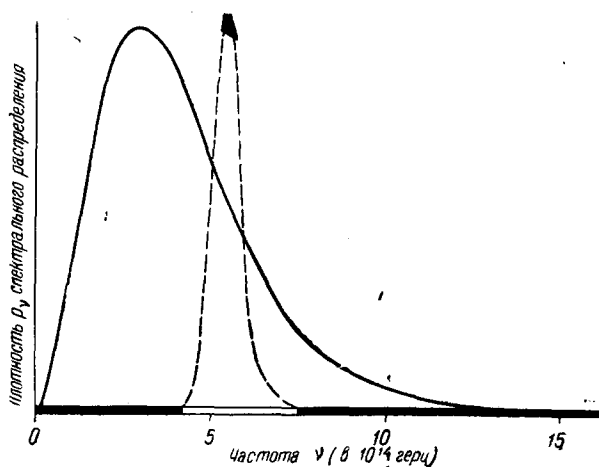


Рис. 2. Та же кривая, что и на рис. 1, но в равномерной шкале частот.

(Пунктиром на обоих рисунках изображена спектральная кривая чувствительности глаза.)

значения спектральной интенсивности излучения p_ν в равномерной шкале частот, определяемые так, чтобы ограниченная кривой

площадь, так же как и в предшествующем случае, давала лучистый поток. Максимум этой спектральной кривой приходится на частоту $\nu_m = 2,94 \cdot 10^{14}$ герц, которой соответствует длина волны 1,019 μ . Итак, для спектральной кривой, построенной в равномерной шкале частот, максимум в данном случае лежит в инфракрасной области спектра и расположен далеко от максимума спектральной кривой чувствительности глаза, также пунктиром изображённой на том же рисунке.

Проведённое выше сопоставление не содержит в себе чего-нибудь нового и основывается на следующем элементарном расчёте, который приводится во многих учебниках. Пусть на спектральный интервал, ограниченный длинами волн от λ до $\lambda + d\lambda$ или соответствующими частотами ν и $\nu + d\nu$, приходится лучистый поток dP . Спектральная кривая распределения излучения в соответствии с данным в начале статьи её определением строится как кривая зависимости p_λ от λ или p_ν от ν , где

$$p_\lambda = \frac{dP}{|d\lambda|}; \quad p_\nu = \frac{dP}{|d\nu|}.$$

Поскольку

$$\lambda\nu = c,$$

где c — скорость света, то

$$\frac{|d\lambda|}{\lambda} = \frac{|d\nu|}{\nu}.$$

Отсюда следует известное соотношение *):

$$p_\nu = \frac{1}{c} \lambda^2 p_\lambda.$$

Естественно, что положения максимумов величин p_λ и p_ν не совпадают, поскольку равным интервалам частот не соответствуют равные интервалы длин волн или, иначе говоря, различны те значения λ , при которых максималны p_λ и $\lambda^2 p_\lambda$. Длина волны λ_m , на которую приходится максимум величины p_λ , и частота ν_m , на которую приходится максимум величины p_ν , не соответствуют друг другу ($\lambda_m \nu_m \neq c$).

Рассмотрим, например, вопрос об определяемой формулой Планка спектральной кривой излучения абсолютно чёрного тела. Введём вспомогательную спектральную координату:

$$x = \frac{h}{kT} \cdot \nu = \frac{hc}{kT} \cdot \frac{1}{\lambda},$$

где h — постоянная Планка, а k — постоянная Больцмана.

*) Оно может также быть записано в виде

$$\lambda p_\lambda = \nu p_\nu.$$

Тогда выражение для p_ν , если оперировать лучистым потоком, испускаемым с единицы площади, может быть записано в виде

$$p_\nu = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = \frac{2\pi k^3 T^3}{c^2 h^2} \frac{x^3}{e^x - 1}.$$

Максимуму величины p_ν , как показывает расчёт, соответствует значение $x = 2,821$ (корень уравнения $\frac{xe^x}{e^x - 1} = 3$).

Максимуму величины

$$p_\lambda = 2\pi h c^2 \frac{\lambda^{-5}}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1} = \frac{2\pi k^5 T^5}{c^3 h^4} \frac{x^5}{e^x - 1},$$

как известно, соответствует значение $x = 4,965$ (корень уравнения $\frac{xe^x}{e^x - 1} = 5$).

Отсюда вытекает, что максимум величины p_ν приходится на частоту ν_m , которой соответствует длина волны, в $\frac{4,965}{2,821} = 1,759$ раза большая, чем та длина волны λ_m , на которую приходится максимум p_λ . На различие положения максимумов спектральных кривых в шкале длин волн и частот указывал ещё Планк. На то, что максимумы расходятся столь сильно, что когда один из них лежит в видимой, другой — в инфракрасной области спектра, по-видимому, должного внимания до сих пор не обращали, а этот факт естественно наталкивает на выводы более общего и широкого характера.

По сути дела, как это отмечал Фабри, в качестве спектральной координаты может быть взята любая величина, однозначно связанная с длиной волны *). Следует указать, что выбором спектральной шкалы максимум спектральной кривой распределения энергии может быть приведён в любую область спектра

*) Так, например, можно строить спектральную кривую распределения излучения в логарифмической шкале длин волн или, что в данном случае всё равно, частот, поскольку $|d \lg \lambda| = |d \lg \nu|$.

Ординатами этой кривой будут значения величины

$$p_{lg} = \frac{dP}{|d \lg \lambda|} = \frac{1}{lg e} \lambda p_\lambda = \frac{1}{lg e} \nu p_\nu.$$

В случае абсолютно чёрного излучения

$$p_{lg} = \frac{1}{lg e} \frac{2\pi k^4 T^4}{c^2 h^3} \frac{x^4}{e^x - 1}.$$

Максимуму кривой будет соответствовать значение $x = 3,921$.

Максимальная ордината с изменением температуры будет расти пропорционально T^4 , т. е. так же как и общий испускаемый поток, в то время как максимальное значение p_ν изменяется пропорционально T^3 , а p_λ пропорционально T^5 . Это также одно из достоинств данного способа построения спектральной кривой.

электромагнитных волн, начиная, скажем, от рентгеновых лучей и кончая радиоволнами.

Этот вывод, как автору известно из многолетнего опыта, воспринимается многими как парадокс. Это обусловлено тем, что спектральную кривую сплошь и рядом неправильно воспринимают как кривую, ординаты которой выражают «интенсивность» отдельных монохроматических излучений, входящих в состав данного сложного излучения. Это обусловлено забвением того, что строго монохроматическая радиация не может быть носителем энергии и что так называемая спектральная интенсивность излучения не есть интенсивность монохроматического излучения, а лишь вспомогательная величина, на которую надо множить отрезок по спектральной шкале, чтобы получить лучистый поток. Положение максимума спектральной кривой излучения само по себе физического значения не имеет в отличие от спектральной кривой поглощения или спектральной кривой чувствительности приёмника, ординаты которых действительно однозначно соответствуют каждой монохроматической радиации, независимо от того, какой спектральной координатой охарактеризовано её положение.

Быть может, более целесообразно вместо положения максимума спектральной кривой распределения энергии определять медиану, указывать положение срединной монохроматической радиации, ордината для которой делит площадь, ограниченную спектральной кривой и осью абсцисс, на равные левую и правую части. Его можно задавать длиной волны $\lambda_{\text{ср}}$, определяемой из соотношения

$$\int_0^{\lambda_{\text{ср}}} p_{\lambda} d\lambda = \int_{\lambda_{\text{ср}}}^{\infty} p_{\lambda} d\lambda \quad (\text{на большие длины волн приходится та же}$$

энергия, что и на меньшие), или частотой $\nu_{\text{ср}}$, определяемой из

$$\text{тождественного соотношения } \int_{\nu_{\text{ср}}}^{\infty} p_{\nu} d\nu = \int_0^{\nu_{\text{ср}}} p_{\nu} d\nu. \quad \text{Положение в}$$

спектре срединной радиации в отличие от положения максимума не зависит от выбора спектральной шкалы (в частности, $\lambda_{\text{ср}} \nu_{\text{ср}} = c$).

В случае абсолютно чёрного тела срединной радиации соответствует значение использованной выше вспомогательной величины $x = \frac{h}{kT} \cdot \nu = \frac{hc}{kT} \cdot \frac{1}{\lambda}$, равное 3,503. Отсюда

$$\lambda_{\text{ср}} = \frac{4,965}{3,503} \lambda_{\text{м}} = 1,417 \lambda_{\text{м}},$$

поскольку длине волны $\lambda_{\text{м}}$, на которую приходится максимум спектральной кривой в равномерной шкале длин волн, соответствует значение $x = 4,965$.

Закон смещения может излагаться на основе соотношения

$$\lambda_{\text{ср}} T = \text{const.}$$

Поскольку эта постоянная равна $\frac{hc}{3,503 k}$, то, приняв $C_2 = \frac{hc}{k} = 14\,380 \text{ }^\circ\text{K}$, получаем:

$$\lambda_{\text{ср}} = \frac{4105}{T},$$

где T — температура в градусах абсолютной шкалы, а $\lambda_{\text{ср}}$ — срединная длина волны в микронах *).

Забвение особенностей спектральной кривой распределения излучения порождает ошибочные представления. Они зарождаются ещё у учащихся средней школы, когда им говорят и в учебниках для них пишут, что «волны различных длин несут различные количества энергии», что «каждой температуре соответствует определённая длина волны, на долю которой падает преобладающая роль в излучении», и т. п.

Ещё более нежелательные последствия неупорядоченных представлений выявляются (и притом не так уж редко) в учебниках физики для высшей школы, в специальных курсах оптики. Вот один из примеров допускаемых ошибок. Вначале находится выражение для частоты ν_m , при которой максимально значение интенсивности излучения в равномерной шкале частот. После этого совершается переход к закону смещения путём подстановки $\lambda_m = \frac{c}{\nu_m}$,

причём под λ_m теперь уже автор подразумевает, как свидетельствует приводимое им числовое значение, ту длину волны, на которую приходится максимум спектральной кривой излучения в равномерной шкале длин волн.

В светотехнике и колориметрии без должных оговорок ведутся рассуждения о равномерности или неравномерности распределения энергии по спектру. Однако «равноэнергетическим» или «равноинтенсивным» спектром можно в равной мере условиться считать как такое распределение, при котором равные энергии приходятся на равные интервалы длин волн, так и такое, при котором равные энергии приходятся на равные интервалы частот, а строго говоря, любое произвольное распределение энергии по спектру. Действительно, даже линейчатый спектр есть лишь частный случай сплошного спектра, когда плотность распределения энергии очень велика вблизи некоторых значений длин волн. Выбором спектральной шкалы кривая распределения может быть преобразована к любому желаемому виду.

*) Длина волны $\lambda_{\text{ср}}$ почти в полтора раза превосходит значение наиболее привычной величины λ_m . От длины волны λ_m отличается меньше чем на сотую долю процента та длина волны λ' , которая удовлетворяет условию, что три четверти энергии сосредоточены в области $\lambda > \lambda'$, а одна четверть — в области $\lambda < \lambda'$. В области длин волн короче λ_m сосредоточена доля энергии, равная 0,25005.

Из формулированных выше общих положений вытекает также, в частности, необходимость более строгих формулировок закона Стокса, определяющего положение спектра света люминесценции по отношению к спектру поглощения данного вещества. Формулировку Ломмеля, гласящую, что «спектр излучения в целом и его максимум всегда сдвинуты по сравнению со спектром поглощения и его максимумом в сторону длинных волн», нельзя признать достаточно строгой. Спектр поглощения не зависит от выбора спектральной шкалы, а спектральная кривая излучения зависит.

Нужно быть весьма осторожным и при заключениях, делаемых на основании сопоставления спектральной кривой распределения излучения и спектральной кривой чувствительности приёмника. Для такого сопоставления обязательно надо строить новую кривую, умножая ординаты спектральной кривой распределения энергии на соответствующие значения спектральной чувствительности приёмника. Выводы можно делать на основании суждения о значениях величины

$$\frac{\int v_{\lambda} p_{\lambda} d\lambda}{\int p_{\lambda} d\lambda} = \frac{\int v_{\nu} p_{\nu} d\nu}{\int p_{\nu} d\nu},$$

где $v_{\lambda} = v_{\nu}$ — спектральная чувствительность приёмника, а не на основании сопоставления положения максимумов кривой распределения излучения и кривой чувствительности приёмника. В научных, учебных и популярных статьях по оптике часто ограничиваются тем, что строят в равномерной шкале длин волн графики, подобные рис. 1, и только на основании хорошего совпадения положения максимумов кривой спектрального распределения, доходящего до земли природного излучения, и кривой спектральной чувствительности глаза делают вывод о высокой степени приспособленности человеческого глаза к свету солнца. Достаточно перейти к иной спектральной шкале и построить, например, график типа рис. 2, эквивалентный графику на рис. 1, чтобы наглядно убедиться в неправомерности такого рода рассуждений. Суждение о приспособленности глаза к спектру солнечного света можно выносить лишь на основании целой совокупности критериев, как это сделано в книге акад. С. И. Вавилова «Глаз и солнце», являющейся непревзойдённым образцом научной и литературной работы учёного.

В заключение представляется целесообразным остановиться на вопросе терминологического характера. Автором в 1934 г. в примечаниях к переводу известной книги Фабри¹ по фотометрии было предложено общее понятие о спектральной плотности фотометрической величины как об отношении элементарного значения данной величины, создаваемого бесконечно узким участком спектра, к соответствующему интервалу по спектральной шкале (бесконечно малому интервалу длин волн или частот). Это понятие может

быть применено к любой из фотометрических величин. Так, например, можно говорить о спектральной плотности лучистого потока, спектральной плотности светового потока, спектральной плотности энергетической светимости, спектральной плотности освещённости, спектральной плотности яркости и т. п.

Лучше говорить не о спектральной интенсивности излучения или спектральной светимости, или об испускательной способности, а о плотности спектрального распределения или о спектральной плотности лучистого потока, спектральной плотности энергетической светимости, спектральной плотности энергетической яркости и т. п. При этом обязательно должно чётко указываться, идёт ли речь о спектральной плотности в шкале длин волн или частот.

Применение терминов «плотность спектрального распределения» или «спектральная плотность» в данном случае тем более оправдано, что рассматриваемые величины по физической сущности характеризуются теми же явлениями непосредственно опираются на математические понятия о плотности вероятности, о плотности распределения. Отметим, что акад. А. Н. Колмогоровым и другими советскими учёными создана на основе теории вероятностей строгая математическая теория колебаний с непрерывным спектром^{2,3}. В этой общей теории говорится именно о «спектральной плотности», с которой энергия колебаний непрерывно распределена между различными частотами.

Итак, желательно избегать термина «спектральная интенсивность», а следует пользоваться понятием о плотности распределения по спектру и говорить о плотности спектрального распределения или о спектральной плотности рассматриваемой фотометрической величины.

Слово «плотность» будет постоянно напоминать о тех фундаментальных особенностях спектральной кривой распределения излучения, которым посвящена настоящая заметка.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ш. Фабри, Общее введение в фотометрию, ГТТИ, 1934, стр. 130.
2. А. Н. Колмогоров, Статистическая теория колебаний с непрерывным спектром. Общее собрание Академии наук СССР, посвящённое XXX-летию Великой Октябрьской социалистической революции. Доклады. Изд-во Академии наук СССР, 1948.
3. А. Н. Колмогоров, Статистическая теория колебаний с непрерывным спектром. Юбилейный сборник, посвящённый XXX-летию Великой Октябрьской социалистической революции, часть первая. Изд-во Академии наук СССР, 1947.