

ИЗ ИСТОРИИ ФИЗИКИ

Об открытии уравнений гравитационного поля
Эйнштейном и Гильбертом (новые материалы)

В.П. Визгин

В статье излагается история открытия уравнений гравитационного поля А. Эйнштейном и Д. Гильбертом в ноябре 1915 г. Найденная в 1997 г. в архиве Геттингенского университета корректура доклада Гильберта, состоявшегося 20 ноября 1915 г. и опубликованного в марте 1916 г., проливает новый свет на картину этого открытия. Рассмотрена также история создания общей теории относительности, предшествующая открытию общековариантных уравнений гравитационного поля.

PACS numbers: 01.65.+g, 04.20.-q

Содержание

1. Введение (1347).
 2. Генезис тензорно-геометрической концепции гравитации (1349).
 3. Отказ от общековариантного подхода к уравнениям гравитационного поля и попытки нековариантного решения проблемы полевых уравнений (1350).
 4. Ноябрь 1915 года: пути Эйнштейна и Гильберта к уравнениям гравитации (1352).
 5. "Основания физики (1-е сообщение)" Гильберта: предпосылки (1354).
 6. "Основания физики (1-е сообщение)": гильбертовский способ объединения гравитации, электромагнетизма и материи (1356).
 7. "Основания физики (1-е сообщение)" Гильберта: различия между корректурой и публикацией (1358).
 8. Выводы (1360).
- Список литературы (1362).

1. Введение

Начиная с Ньютона и классической механики, навсегда связанной с его именем, справедливо считается, что основой, ядром, сердцем фундаментальных физических теорий являются дифференциальные уравнения движения соответствующих физических систем. По крылатому выражению Г. Герца: "Теория Максвелла — это уравнения Максвелла" [1, с. 23]. Л.И. Мандельштам в "Лекциях по основам квантовой механики" [2] в 1939 г.,

обсуждая вопрос о "структуре всякой физической теории", говорил о том, что теория "состоит из двух дополняющих друг друга частей": из физической интерпретации теории и основных уравнений, как правило, дифференциальных ("уравнения Максвелла, уравнения Ньютона, уравнения Шрёдингера и т.д."). "Без первой части, — говорил Мандельштам, — теория иллюзорна, пуста. Без второй части вообще нет теории" [2, с. 326–327].

Позже Р. Фейнман, имея в виду открытие П. Дираком основных законов релятивистской квантовой механики, говорил, что "угадывание уравнения — по-видимому, очень хороший способ открывать новые законы" [3, с. 57]. Как правило, уравнения движения или уравнения полей в фундаментальных теориях выводимы из вариационных принципов (именно принципа Гамильтона) и поэтому теоретики часто "считают, что теория... задана, когда написан лагранжиан" [4, с. 38].

Поэтому вопрос об открытии основных уравнений физической теории — центральный вопрос формирования этой теории. Такими уравнениями в общей теории относительности (ОТО), или современной релятивистской теории тяготения, являются знаменитые уравнения гравитационного поля Эйнштейна (или Эйнштейна–Гильберта)¹. Саму теорию все без исключения связывают с именем Эйнштейна, который с 1907 г. упорно шел к цели и завершил построение теории в ноябре 1915 г. Но на заключительном этапе, когда были получены правильные общековариантные уравнения гравитации, к Эйнштейну подключился лидер математического Геттингена Д. Гильберт, который почти одновременно с

В.П. Визгин. Институт истории естествознания и техники им. С.И. Вавилова РАН,
103012 Москва, Старопанский пер. 1/5, Российская Федерация
Тел. (095) 928-19-69
Факс (095) 925-99-11
E-mail: vizgin@ihst.ru

Статья поступила 4 апреля 2001 г.

¹ В подавляющем большинстве учебников и монографий по ОТО, в том числе классических (Г. Вейля, А. Эддингтона, В.А. Фока, Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица и др.), эти уравнения носят имя Эйнштейна. Но есть и исключения (см., например, последнюю книгу А.А. Логунова [5], где они фигурируют как "уравнения Гильберта–Эйнштейна").

Эйнштейном нашел эти уравнения². В классической релятивистской литературе раннего периода об этом вкладе Гильберта так или иначе всегда упоминалось. Наиболее точная и подробная оценка была дана в знаменитой энциклопедической статье В. Паули: "Одновременно с Эйнштейном и независимо от него общеквариантные уравнения поля были установлены Гильбертом... Изложение Гильберта было, однако, мало созвучно физикам, так как Гильберт, во-первых, аксиоматически вводил вариационный принцип и, во-вторых, что важнее, его уравнения были выведены не для произвольной материальной системы, а специально исходя из теории материи Ми" [6, с. 211]³.

Последствия об этих достижениях геттингенца упоминалось не часто, да и сам Эйнштейн почти никогда не вспоминал об этом. В 1970-е годы возникла новая волна споров о роли Гильберта в создании ОТО [8–11]⁴. При этом считалось, что опубликованный текст доклада Гильберта "Основания физики" очень близок к тому, который был представлен им 20 ноября 1915 г., и отличается от последнего, по-видимому, только ссылкой на последнюю работу Эйнштейна, датированную 25 ноября и содержащую первый эйнштейновский вариант правильных общеквариантных уравнений гравитации. Авторы этих работ подчеркивали различия, если не полярность, подходов Эйнштейна и Гильберта и, так или иначе, склонялись к выводу Паули: открытие корректных уравнений гравитационного поля было сделано учеными практически одновременно и независимо.

Так было до 1978 г., когда была найдена переписка между Эйнштейном и Гильбертом, относящаяся к ноябрю 1915 г. [12]. Оказалось, что если открытие и было почти одновременным, то уж, во всяком случае, оно не

было независимым. Напротив, "наши герои" интенсивно переписывались и обсуждали проблемы гравитации и единой теории поля, а также обменивались корректурами своих ноябрьских работ. Эта сенсационная находка нашла отражение в литературе начала 1980-х гг. (см., например, [7, 13]). Из переписки следовало, что Эйнштейн до своего последнего ноябрьского доклада получил экземпляр текста гильбертовского сообщения и, таким образом, должен был увидеть правильные уравнения гравитации, но при этом не сослался на Гильберта. Весы качнулись в сторону Гильберта, хотя для Эйнштейна можно было найти определенные оправдания. Поэтому, несмотря на обнаружение зависимости между путями "наших героев" к правильным уравнениям гравитации и связанного с ней "накала страстей", общий вывод оставался в целом тем же⁵.

В 1997 г. в рамках проекта по истории ОТО, принятого в Институте истории науки Макса Планка, Лео Корри из Института истории и философии науки Кона при Тель-Авивском университете обнаружил в архиве Геттингена корректуру доклада Гильберта, состоявшегося 20 ноября 1915 г. [14]. Детальный сравнительный анализ этой корректуры, датированной 6 декабря 1915 г. и, по-видимому, весьма близкой к тексту доклада от 20 ноября, и опубликованного 31 марта 1916 г. варианта этого доклада, привел Корри и его соавторов, видных специалистов по истории ОТО — Юргена Ренна и Джона Стейчела к выводам, что, во-первых, в первоначальной версии теории Гильберта, якобы содержащей правильные уравнения гравитации, фактически не была достигнута общая ковариантность и, во-вторых, правильные по форме общеквариантные уравнения гравитационного поля не были Гильбертом явно выписаны, и поэтому Эйнштейн накануне своего последнего ноябрьского сообщения их увидеть не мог [15]. Весы качнулись снова в сторону Эйнштейна. После этого появилось около десятка важных работ так или иначе связанных с анализом этой драматической истории открытия уравнений гравитационного поля, с изучением вообще вклада Гильберта в физику, в частности с исследованием единой теории поля Гильберта как первого шага на пути реализации программы полевого синтеза физики⁶ [16–24].

Некоторое время тому назад В.Л. Гинзбург обратил мое внимание на статью Дж. Стейчела в *Journ. Astrophys. Astron.* [24] и, зная о моем интересе к истории ОТО, предложил написать обо всем этом для *Успехов физических наук*. Я решил несколько расширить свой комментарий к "Основаниям физики", опубликованный во 2-м томе *Избранных трудов* Д. Гильберта [18], учтя при этом появившиеся в 1998–1999 гг. работы Корри, Ренна,

² Интересно, что это было второе непосредственное и эффективное подключение математиков в разработку релятивистской теории тяготения. Первое случилось тремя годами ранее, когда студенческий друг Эйнштейна — шорихский математик М. Гроссман помог ему освоить риманову геометрию и стал его соавтором по первой публикации тензорно-геометрической теории гравитации, которой недоставало правильных общеквариантных уравнений поля (теория Эйнштейна – Гроссмана).

³ Аналогичной точки зрения придерживались и такие авторитеты, тесно связанные с геттингенским сообществом и сами в эти годы занимавшиеся проблемами ОТО, как Ф. Клейн и Г. Вейль. Ф. Клейн писал в 1920 г.: "О каком-либо приоритете не может быть и речи, так как оба автора (Эйнштейн и Гильберт — В.В.) следовали совершенно различному ходу мысли (и притом так, что совместимость их результатов первоначально не казалась обеспеченной). Эйнштейн поступает индуктивным образом и имеет в виду произвольные материальные системы. Гильберт дедуцирует, вводя упомянутое (связанное с теорией Ми — В.В.)... ограничение электродинамикой, из высшего вариационного принципа" [7, с. 307]. Г. Вейль, правда, спустя почти 30 лет после описываемых событий, вспоминал: "В своих исследованиях Гильберт объединил теорию гравитации Эйнштейна с программой Ми чисто полевого физики. Эйнштейновский более умеренный подход, который не связывал теорию с весьма спекулятивной программой Ми, оказался на этой стадии развития общей теории относительности более плодотворным. Попытки Гильберта в этом направлении следует рассматривать как некоторое предвосхищение единой полевого теории гравитации и электромагнетизма..." [7, с. 307–308].

⁴ Забегая вперед, заметим, что Е. Гус уже тогда (в 1969–1970 гг.) полагал, что будут найдены документы, свидетельствующие о взаимной зависимости ноябрьских разработок Эйнштейна и Гильберта. Причем эту зависимость он оценивал, так сказать, в пользу Эйнштейна [8, p. 205; 7, с. 311].

⁵ См., например, оценку ситуации А. Пайсом: "...Верно, что в работе Гильберта был член, которого не было в работе Эйнштейна (до 25 ноября — В.В.)". Но, учитывая весь путь Эйнштейна к ОТО с 1907 г. и его первые три ноябрьские работы 1915 г., можно считать, "что Эйнштейн — единоличный создатель ...ОТО, в то время как получение ее фундаментальных уравнений следует поставить в заслугу как ему, так и Гильберту" [13, с. 252–253] (цитируется русское издание).

⁶ Сошлось в этой связи на свою несколько более раннюю книгу по истории единых теорий поля [25] и ее уточненный перевод на английский [26]. Кстати говоря, Корри опубликовал обстоятельную работу о физических исследованиях Гильберта до своей знаменательной архивной находки [27].

Зауэра, Стейчела [19–24]. Далее, я попытаюсь ввести читателя в предысторию ноябрьского финиша. Затем кратко расскажу о ноябрьских событиях и, следуя упомянутым авторам, отмечу то новое, что внесла геттингенская находка в историю ОТО и, в частности, в вопрос о приоритете в открытии уравнений гравитации.

Завершая введение, хочу выразить мою признательность В.Л. Гинзбургу, побудившему меня написать эту статью, и А.Н. Паршину, под редакцией которого были изданы *Избранные труды* Д. Гильберта и который познакомил меня с первой публикацией Корри, Ренна и Стейчела [15], а также сумел в Геттингене получить ксерокопию гильбертовской корректуры [14]. Я хотел бы искренне поблагодарить Ю. Ренна и Л. Корри и их соавторов, любезно приславших мне свои работы, а также господина Рольфинга, хранителя отдела рукописей Геттингенской библиотеки, благодаря которому упомянутая ксерокопия стала доступной для работы, тем более что она до сих пор остается неопубликованной. А также я благодарю К.А. Томила за помощь в подготовке этой статьи.

2. Генезис тензорно-геометрической концепции гравитации

Первые несколько лет, последовавшие за созданием специальной теории относительности (СТО), можно назвать периодом "сплошной релятивизации". Коллективными усилиями, в которых ведущую роль играли сам Эйнштейн, М. Планк, Г. Минковский, А. Зоммерфельд, М. Лауэ, М. Борн и др., были созданы релятивистская механика дискретных систем, релятивистские гидродинамика и теория упругости, феноменологическая электродинамика и т.д. Фактически, СТО представляла собой сильную и универсальную исследовательскую программу, которая бурно прогрессировала. Естественно, встал вопрос и о создании релятивистской теории тяготения. Четырехмерное обобщение закона всемирного тяготения раньше других дал А. Пуанкаре (1905–1906 гг.), более наглядно и обстоятельно различные варианты этого обобщения были рассмотрены Минковским, Зоммерфельдом, Х.А. Лоренцем, В. де Ситтером (1907–1911 гг.).

Сам Эйнштейн столкнулся с проблемой в 1907 г., когда писал большую обзорную статью по СТО, заказанную ему Й. Штарком для возглавляемого последним журнала *Jahrbuch für Radioaktivität und Elektronik*. Эйнштейн с самого начала не устраивал "квазидальнодействующий подход" Пуанкаре и Минковского. Он считал, что следует искать релятивистское обобщение не элементарного закона для силы, а дифференциального уравнения гравитационного поля, именно уравнения Пуассона. При этом он натолкнулся на показавшийся ему в высшей степени примечательным факт равенства инертной и гравитационной масс, который в классической теории выглядел случайным и эмпирическим. Вначале Эйнштейн пытался построить релятивистское (четырёхмерное) обобщение уравнения Пуассона, которое бы включало в себя это соотношение и, кстати говоря, объясняло бы аномальное смещение перигелия Меркурия. Но это ему не удалось, более того, он пришел к выводу о несовместимости лоренц-ковариантного подхода с равенством масс. Соединив этот факт с релятивистской программой, Эйнштейн получил принцип экви-

валентности, позволявший чисто кинематически интерпретировать однородные гравитационные поля. Фактически, это означало и расширение исходной релятивистской программы.

На основе принципа эквивалентности Эйнштейн предсказал два новых оптико-гравитационных эффекта, которые поначалу казались лежащими за пределами возможностей экспериментального обнаружения: искривление световых лучей в гравитационном поле и зависимость хода часов от гравитационного потенциала ("красное смещение"). Этот принцип и полученные на его основе новые эффекты означали, что релятивистский анализ гравитационных полей (даже простейших — однородных) требует радикального расширения СТО и, тем самым, релятивистской программы: во-первых, в рассмотрение вводились ускоренные системы отсчета и, во-вторых, скорость света оказывалась зависящей от гравитационного потенциала.

Это вело к принципиальным трудностям, возникшим на пути распространения принципа эквивалентности на неоднородные поля. Было ясно, что релятивистская программа должна быть расширена, что на смену группе Лоренца должна прийти более широкая группа преобразований (по-видимому, нелинейных), но характер этого расширения при наличии произвольных полей тяготения оставался неясным. Кроме того, переход к ускоренным системам отсчета лишил координаты непосредственного метрического смысла, что подрывало операционально-измерительную основу релятивистской программы. Возникал несколько туманный образ расширенной релятивистской программы и было не ясно, как от простейшего случая однородных полей перейти к произвольным гравитационным полям.

Столкнувшись с этими трудностями, Эйнштейн на время ушел в область квантовой теории (1908–1910 гг.). При этом его не оставляла мысль найти также обобщение максвелловской теории, которое бы позволило получить и частицы, и квантовые аспекты излучения. В случае удачи могло оказаться, что обобщенные уравнения допускают более широкую, чем лоренцева, группу, а это могло подсказать необходимое расширение релятивистской программы и помочь с разрешением трудностей, возникших на пути распространения принципа эквивалентности на неоднородные поля. В 1911 г. Эйнштейн, не достигнув успеха на этом пути, вернулся к гравитации. Он снова, но более четко и корректно, рассмотрел принцип эквивалентности, заново вывел на его основе два упомянутых эффекта, на этот раз отметив возможность их астрономического наблюдения. К тому же он подчеркнул существенно локальную природу принципа.

Идея зависимости скорости света от гравитационного потенциала была использована М. Абрагамом, который попытался соединить ее с четырехмерным обобщением уравнения Пуассона (1912 г.). Эйнштейн же, понимая противоречивость такого соединения, занялся обобщением принципа эквивалентности только на статические неоднородные поля. Он отождествил скалярный гравитационный потенциал сначала со скоростью света, а затем с корнем квадратным из нее ($\Delta c = \kappa \rho$ и $\Delta \sqrt{c} = (\kappa/2)\sqrt{c} \rho$, где ρ — плотность массы, а κ — гравитационная постоянная).

Вслед за этим Абрагам попытался улучшить свою теорию, приняв за основу эйнштейновское отождествле-

ние потенциала с \sqrt{c} . Но отказ от лоренц-ковариантности при скалярном подходе не позволял естественным образом распространить принцип эквивалентности на неоднородные поля и расширить при этом релятивистскую программу. Г. Нордстрем предложил вернуться к лоренц-ковариантности, оставляя потенциал скалярным и учитывая при этом равенство инертной и гравитационной масс, но не переводя его в форму принципа эквивалентности (1912 г.). Но для Эйнштейна, уже опробовавшего этот подход в 1907–1908 гг. и уверовавшего в свой принцип эквивалентности, возврат к лоренц-ковариантному варианту теории был неприемлем. Позже, когда Эйнштейн уже встал на путь тензорно-геометрической концепции гравитации, Нордстрем и Г. Ми продолжали разрабатывать скалярные лоренц-ковариантные теории тяготения (1913–1914 гг.).

Однако опыт построения скалярных теорий и их обсуждение (особенно полемика с Абрагамом) не только способствовали осознанию и осмыслению трудностей, вставших на пути распространения принципа эквивалентности на неоднородные поля, но и создали важные предпосылки для построения тензорно-геометрической теории:

1. Неудачи векторного и скалярного подходов подсказывали тензорный характер потенциала.

2. Локальная справедливость СТО и связанная с ней инфинитезимальная концепция геометрии пространства-времени.

3. Примыкающая к этому идея использования неевклидовой геометрии в ускоренных системах отсчета, а значит, и при наличии гравитации.

4. Расширение класса допустимых систем отсчета (подсказываемое принципом эквивалентности) в случае произвольных полей тяготения (в соответствии с маховской критикой пространственно-временных абсолютных) вело к радикальному обобщению относительности, связанному с произвольными непрерывными преобразованиями координат.

5. Идея нелинейности полевых уравнений.

Соединение пунктов 2, 3, 4 означало, что на смену координатам, утрачивающим метрический смысл, должна была прийти метрика. При этом место характерной для СТО метрики:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

должна была в простейших случаях занять метрика с переменной скоростью света:

$$ds^2 = c^2(x, y, z) dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2.$$

Понимание того, что это означало переход от "плоского" четырехмерного пространства-времени ("мира Минковского") к искривленному пространству-времени, подсказывало переход к римановой геометрии с метрикой:

$$ds^2 = g_{ik} dx_i dx_k.$$

Это сразу открывало путь для естественного обобщения закона движения тела в СТО

$$\delta \int ds = 0$$

при включении гравитации: достаточно было перейти от "плоской" к римановой метрике. При этом сам метрический тензор g_{ik} получал двойное истолкование: как

основная пространственно-временная характеристика и как гравитационный потенциал. Это и составляло суть тензорно-геометрической концепции гравитации. Одновременно получала реализацию идея радикального обобщения относительности: общая относительность трактовалась как общая ковариантность, характерная для произвольно искривленной римановой геометрии.

В. Паули в этой связи говорил: "Это слияние двух раньше совершенно различных областей — метрики и тяготения — должно рассматриваться как прекраснейшее достижение общей теории относительности" [6, с. 215]. Схематично описанный путь от принципа эквивалентности к тензорно-геометрической концепции гравитации изображен на схеме. По центру расположены блоки, соответствующие цепочке: ранние лоренц-ковариантные попытки решения проблемы гравитации → принцип эквивалентности → трудности, вставшие на пути его распространения на неоднородные поля, → скалярные теории и дискуссии, связанные с ними, → предпосылки тензорно-геометрической концепции гравитации → теория Эйнштейна–Гроссмана, в которой реализуется эта концепция, и отказ от общековариантных уравнений гравитационного поля → поиски необщековариантных уравнений поля → достижение полной общей ковариантности и открытие правильных общековариантных уравнений гравитационного поля. Слева и справа расположены блоки, влиявшие на этот процесс. Особняком выделены идеи Э. Маха, существенные для Эйнштейна на всех этапах формирования ОТО [32]. Важнейшими факторами также были релятивистская программа, связанная с СТО и при сочетании ее с принципом эквивалентности расширенная Эйнштейном, включившим в нее требование более общей ковариантности, чем лоренцева; экспериментальные аспекты теории и система "первопринципов", или методологических принципов физики (принципы симметрии, сохранения, причинности, соответствия, наблюдаемости и др.).

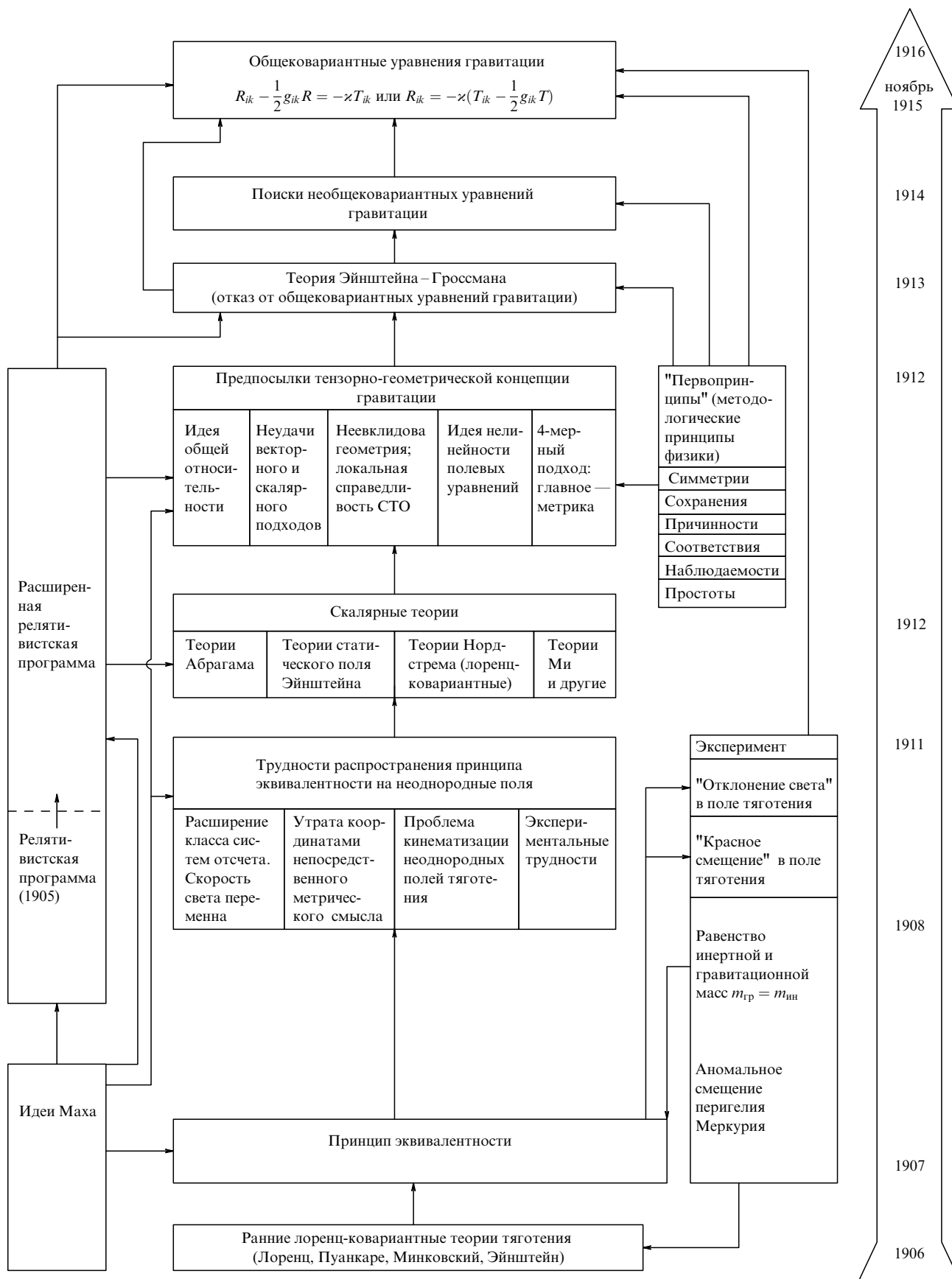
Три верхних центральных блока представляют заключительный этап формирования ОТО, наиболее драматичный в рассматриваемой истории: отказ от общей ковариантности уравнений гравитации и поиски необщековариантного решения, а также возврат к общей ковариантности полевых уравнений и открытие корректных общековариантных уравнений гравитации в напряженном соревновании с Д. Гильбертом в ноябре 1915 г.

3. Отказ от общековариантного подхода к уравнениям гравитационного поля и попытки нековариантного решения проблемы полевых уравнений

Тензорно-геометрическая концепция гравитации образовала ядро релятивистской теории тяготения. Оставалось только найти правильные уравнения гравитационного поля. Теоретико-инвариантные соображения в сочетании с принципом соответствия приводили к уравнениям вида

$$R_{ik} = -\kappa T_{ik},$$

где R_{ik} — тензор Риччи, κ — гравитационная постоянная, а T_{ik} — тензор энергии-импульса материи. Как видно из схемы, эти уравнения очень близки к правильным уравнениям поля, фигурирующим в верхнем блоке; они отличаются только "половинным" членом $(1/2)g_{ik}R$,



Генезис общей теории относительности

либо $(1/2)g_{ik}T$. "Укороченные" уравнения поля, по существу, были уже в "Цюрихской записной книжке" Эйнштейна на страницах, относящихся к 1912 г. [33, 34]. Однако и в 1912 г., и в 1913 г. Эйнштейн, очевидно, вместе с Гроссманом, пришли к выводу, что эти общековариантные уравнения поля в пределе слабых статических полей не сводятся к уравнению Пуассона (т.е. R_{ik} не сводится к $\Delta\varphi$) и, тем самым, не согласуются с принципом соответствия.

Кроме того, вскоре Эйнштейн нашел дополнительные аргументы против общековариантных уравнений поля. Один из них был связан с нарушением принципа причинности (своеобразный мысленный эксперимент, известный как "рассуждение с полостью"). Второй — с законом сохранения энергии-импульса, который, по мнению Эйнштейна, должен был формулироваться в дивергентной форме, имевшей место лишь в случае ограниченной (именно линейной) ковариантности. Эйнштейн вступает на нековариантный путь, пытаясь найти подходящие уравнения гравитации. По существу, двойная ковариантность теории делала ее логически непоследовательной, тем более что линейная ковариантность гравитационных уравнений наводила на мысль о нарушении исходных принципов теории: эквивалентности и общей относительности.

В начале 1914 г. Эйнштейн (в совместной работе с А.Д. Фоккером) использует общековариантный подход для вывода уравнений поля в теории Нордстрема и на время возвращается к мысли о возможности "вывода гравитационных уравнений Эйнштейна–Гроссмана, независимого от физических предположений" [7, с. 250], т.е. на основе тензора Риччи. Эта фраза сопровождается примечанием, которое говорит о том, что к этому времени Эйнштейн нашел способ согласования общековариантных уравнений с принципом соответствия.

В конце 1914 г. Эйнштейн ищет ограничения на класс допустимых систем координат, связанных с вариационным выводом полевых уравнений. Ему представляется, что соответствующее условие ("условие приспособленности") существенно расширяет линейную ковариантность, в частности в число допустимых включаются вращающиеся системы отсчета. Как впоследствии выяснилось, этот подход был тупиковым. Выбор лагранжиана, квадратичного по первым производным от g_{ik} , был достаточно произволен, а "приспособленные преобразования" сводились к линейным⁷.

До июля или даже до середины октября 1915 г. Эйнштейн, видимо, оставался на позициях двойной ковариантности теории: при общековариантном замысле теории уравнения гравитационного поля допускали лишь ограниченную, "приспособленную", ковариантность.

Вместе с тем, по ряду замечаний, сделанных Эйнштейном в статьях и письмах 1914–1915 гг., можно думать, что два из трех аргументов против общей ковариантности полевых уравнений ему в это время уже

не казались вполне убедительными. Об аргументе, связанном с ньютоновским приближением уже говорилось. Аргумент, опирающийся на закон сохранения энергии-импульса, судя по примечанию к описанию "рассуждения с полостью" в § 2 совместной статьи Эйнштейна и Гроссмана конца 1914 г. (см. [7, с. 284]), уже не выглядел достаточно серьезным, так как энергии-импульсу гравитационного поля было не обязательно приписывать тензорный характер.

4. Ноябрь 1915 года: пути Эйнштейна и Гильберта к уравнениям гравитации

Из-за невероятной насыщенности событиями ноября 1915 г. мы ограничимся хронологией этих событий (см. ниже), включив в нее предысторию и небольшую последующую историю, относящуюся к декабрю 1915 г. Естественно, что эту хронику мы снабдим краткими пояснениями. Анализу же упомянутой во введении корректуры гильбертовского доклада мы посвятим заключительный раздел. Прежде чем перейти непосредственно к составлению хронологии, подчеркнем, что мы только частично использовали во многом новый материал, относящийся к некоторым неопубликованным текстам и письмам Эйнштейна, сосредоточенным в нескольких недавно вышедших томах его *Собрания сочинений* [35–38].

Хроника событий:

общековариантные уравнения гравитации

Июнь 1913 г. Эйнштейн и Гроссман "Проект...". Тензорно-геометрическая концепция гравитации. Отказ от общековариантных уравнений гравитации типа $R_{ik} = -\kappa T_{ik}$.

22.X.1913 г. Письмо Ми к Гильберту (одно из первых свидетельств интереса Гильберта к теории материи Ми).

19.XI.1914 г. Эйнштейн "Формальные основы общей теории относительности" ("приспособленная" ковариантность уравнений гравитации).

Летний семестр 1915 г. Гильберт. Лекции о структуре материи (явных упоминаний о теории материи Ми нет).

29.VI–7.VII.1915 г. Шесть двухчасовых лекций Эйнштейна по теории относительности и гравитации в Геттингенском математическом обществе.

7.VII.1915 г. Письмо Эйнштейна Г. Цангеру: "Сейчас с теорией тяготения все стало ясно...".

15.VII.1915 г. Письмо Эйнштейна А. Зоммерфельду: "Гильберт меня совершенно очаровал. Выдающийся человек!".

17.VII.1915 г. Письмо Гильберта К. Шварцшильду: геттингенские лекции Эйнштейна были событием.

VIII.1915 г. Письмо Эйнштейна В. де Хаазу: "К моему большому удовлетворению, мне удалось убедить Гильберта и Клейна...".

12.X.1915 г. Письмо Эйнштейна Х.А. Лоренцу: "В статье ["Формальные основы..."] я безответственно ввел предположение о линейной ковариантности гравитационного лагранжиана..." — первое свидетельство возвращения Эйнштейна к общей ковариантности полевых уравнений.

4.XI.1915 г. Эйнштейн "К общей теории относительности" (опубликовано 11.XI.1915 г.). Возвращение к общей ковариантности полевых уравнений (ограниченной условием унимодулярности: $\sqrt{-g} = \text{inv.}$) $R_{ik} = -\kappa T_{ik}$ (где R_{ik} — "половина тензора Риччи" G_{ik}).

⁷ Дж. Нортон справедливо отмечал, что если бы не предубеждения Эйнштейна в отношении общей ковариантности уравнений, то он мог бы взять за основу в качестве лагранжиана скалярную кривизну, а затем путем известной процедуры исключения члена с полной дивергенцией получить лагранжиан требуемого квадратичного вида. При этом условия приспособленности вполне согласуются с общей ковариантностью и фактически сводятся к свернутым тождествам Бианки [30, 33].

7.XI.1915 г. Эйнштейн посылает Гильберту корректуру доклада от 4.XI.1915 г. и письмо: "...Я посылаю Вам корректуру одной своей работы, в которой я изменил свои гравитационные уравнения, после того как примерно 4 недели назад понял иллюзорность моей прежней аргументации. Зоммерфельд писал мне, что Вы тоже нашли в моем супе волос, что сделало его совершенно неприемлемым для Вас".

8–9.XI.1915 г. Письмо Гильберта к Эйнштейну (не найдено).

11.XI.1915 г. Эйнштейн "К общей теории относительности "Дополнение" (опубликовано 18.XI.1915 г.). Общековариантные уравнения поля: $G_{ik} = -\kappa T_{ik}$ при условии $T = 0$. Гипотеза об электромагнитной природе материи и о фундаментальной роли гравитации в структуре материи.

12.XI.1915 г. Письмо Эйнштейна Гильберту: "Если моя теперешняя модификация оправдана, то гравитация должна играть фундаментальную роль в структуре материи".

13.XI.1915 г. Письмо Гильберта Эйнштейну, в котором он кратко описывает суть своей единой теории поля и приглашает на свой доклад в Геттинген, который сначала был назначен на 16.XI.1915 г., а потом перенесен на 20.XI.1915 г. В частности, Гильберт писал: "... Я считаю свою теорию математически идеальной, хотя математические выкладки не выглядят вполне прозрачными и, строго говоря, не соответствуют аксиоматическому методу... Уравнения электродинамики на основе одной общей теоремы оказываются математическим следствием гравитационных уравнений. Таким образом, гравитация и электромагнетизм перестают быть совершенно различными сущностями. Понятие энергии... образует основу для дальнейшего построения... Из него следуют на основе очень простой аксиомы еще четыре недостающих "пространственно-временных уравнения...".

15.XI.1915 г. Письмо Эйнштейна Гильберту, в котором он, ссылаясь на переутомление и нездоровье, просит извинения за то, что не сможет приехать на доклад геттингенца. В частности, он пишет: "Ваше исследование очень интересует меня, тем более, что я часто был близок к помешательству, пытаясь навести мосты между гравитацией и электромагнетизмом... То, о чем Вы написали мне, вызывает огромные надежды... Идя навстречу моему нетерпению, пришлите мне, пожалуйста, если можно, корректуру Вашей работы".

18.XI.1915 г. Эйнштейн "Объяснение движения перигелия Меркурия в общей теории относительности" (опубликовано 25.XI.1915 г.). На основе уравнения $G_{ik} = 0$, или $R_{ik} = 0$ (при условии $\sqrt{-g} = 1$) вычисляется отклонение света в гравитационном поле и объясняется аномальное смещение перигелия Меркурия.

18.XI.1915 г. Письмо Эйнштейна Гильберту, которое свидетельствует о получении корректуры гильбертовского доклада, перенесенного на 20.XI.1915 г., Эйнштейн, в частности, пишет: "Предложенная Вами система полевых уравнений совпадает, насколько я могу судить, с той системой, которую я нашел в последние недели и доложил в Академии... Трудность была не в том, чтобы найти общековариантные уравнения для g^{uv} ; это можно было легко сделать с помощью тензора Римана. Очень трудно было понять, что эти уравнения являются простым и естественным обобщением ньюто-

новского закона... Это удалось мне лишь в последние недели... Сегодня я передал в Академию работу, в которой без каких-либо дополнительных гипотез я количественно вывел из общей теории относительности движение перигелия Меркурия, открытое Леверрье".

19.XI.1915 г. Письмо Гильберта Эйнштейну, в котором говорится в частности: "...Сердечнейшее поздравление по поводу решения проблемы движения Меркурия. Если бы я мог считать так же быстро, как Вы, то электрон должен был бы капитулировать перед лицом моих уравнений, а атом водорода принес бы свои извинения за то, что не излучает...".

20.XI.1915 г. Гильберт "Основания физики". Единая теория гравитационного и электромагнитного полей. Уравнения полей выводятся из общековариантного вариационного принципа: $\delta \int (K + L) \sqrt{g} d\omega = 0$, где K — скалярная кривизна, L — лагранжиан нелинейной электродинамики Ми. Уравнения электродинамики на основе аналога 2-й теоремы Нетер ("теорема 1" Гильберта) могут рассматриваться как следствие уравнений гравитации. Общая ковариантность теории достигнута. Уравнения гравитации в форме: $K_{\mu\nu} - (1/2)g_{\mu\nu}K = -\kappa T_{\mu\nu}$, где $K_{\mu\nu}$ — тензор Риччи, $T_{\mu\nu}$ — тензор энергии-импульса теории Ми.

20.XI.1915 г. (Уточненная версия события после нахождения корректуры доклада Гильберта.) Корректура датирована 6.XII.1915 г. и существенно отличается от опубликованного текста (текст был опубликован 31.III.1916 г.). Общая ковариантность теории не достигнута. Аксиома III, отсутствующая в публикации, ограничивает на основе закона сохранения энергии-импульса класс допустимых систем отсчета и позволяет согласовать уравнения поля с принципом причинности. Общековариантный вариационный принцип со скалярной кривизной используется. Но уравнения гравитации выписаны в "нерасшифрованном" виде:

$$[\sqrt{g} K]_{\mu\nu} + \frac{\partial \sqrt{g} L}{\partial g^{\mu\nu}} = 0,$$

где $[\]_{\mu\nu}$ — вариационная производная.

25.XI.1915 г. Эйнштейн "Уравнения гравитационного поля" (опубликовано 2.XII.1915 г.): "...Можно обойтись без предположения о тензоре энергии материи, если ввести его в уравнения поля несколько иным путем... При этом уравнения для вакуума, на которых основано объяснение движения перигелия Меркурия, остаются неизменными".

Общековариантные уравнения гравитации в форме:

$$G_{im} = -\kappa \left(T_{im} - \frac{1}{2} g_{im} T \right).$$

"...Наш добавочный член (т.е. $(1/2)g_{im}T$ — **В.В.**) приводит к тому, что тензоры энергии гравитационного поля и материи входят в уравнение (9) (т.е. в выражение для закона сохранения энергии-импульса — **В.В.**) одинаковым образом...".

26.XI.1915 г. Письмо Эйнштейна Г. Цангеру, где он пишет о желании Гильберта "нострифицировать" ОТО: "...Теория несравненной красоты. Но только один коллега действительно ее понял, и он пытается искусно "нострифицировать" ее (выражение М. Абрагама)".

28.XI.1915 г. Письмо Эйнштейна Зоммерфельду, в котором говорится о причинах возвращения к общей ковариантности и получении правильных уравнений

гравитации: "...В течение последнего месяца я пережил один из наиболее волнующих и напряженных периодов моей жизни и вместе с тем и наиболее плодотворных". В письме выписаны общековариантные уравнения поля с "половинным" членом.

6.XII.1915 г. Этим числом датирована корректура доклада Гильберта, состоявшегося 20.XI.1915 г. Текст корректуры существенно отличается от опубликованного варианта доклада (31.III.1916 г.), который ранее считался практически совпадающим с текстом, доложенным 20.XI.1915 г.

9.XII.1915 г. Письмо Эйнштейна Зоммерфельду — одно из первых явных упоминаний о теории Гильберта: "Насколько я знаю о теории Гильберта, она пользуется таким подходом к электродинамическим явлениям..., который тесно примыкает к теории Ми. Подобный специальный подход с точки зрения ОТО нельзя обосновать".

20.XII.1915 г. Письмо Эйнштейна Гильберту (примирительное!): "Между нами было известное расстройство отношений (*eine gewisse Verstimmung*), причины которого я не хочу анализировать. Я боролся с чувством горечи, вызванным этим, и притом с полным успехом. Я снова думаю о Вас с безмятежной приветливостью (*ungetrübter Freundlichkeit*) и прошу Вас думать обо мне так же. Действительно жаль, когда два настоящих парня (*zwei wirkliche Kerle*), которые как-то вырвались из этого жалкого мира, не доставляют друг другу радости".

Предложенная хроника событий, связанных с завершающей стадией построения ОТО, именно с открытием правильных общековариантных уравнений гравитации, опирается на многие работы последних двух десятилетий [7, 12, 13, 15–38]. Приведенные цитаты из статей и писем взяты, в основном, из принстонского издания [35–37] или из изданного на русском языке *Собрания научных трудов* Эйнштейна [39]. Ряд писем Эйнштейна и Гильберта цитируется по работам [12, 13, 21, 22]. Используются и русские издания переписки Эйнштейна с Зоммерфельдом и Бессо [40, 41]. Фрагменты переписки между Эйнштейном и Гильбертом даны, в основном, в моем переводе. Гильбертовские "Основания физики (первое сообщение)" трижды издавались по-русски [42–44], последний раз — в 1998 г. (мой комментарий к ним, учитывающий находку корректуры гильбертовского доклада — см. [18]). Событие 20 ноября (доклад Гильберта "Основания физики") описано в хронике дважды: так, как оно виделось до находки корректуры, и так, как оно выглядит теперь, после этой находки. Для читателя, знакомого с проблемой по литературе [7, 12, 13, 25, 26, 29, 30, 33] или хотя бы по широко известной книге А. Пайса [13], этого достаточно, чтобы оценить важность найденной в архиве корректуры. Теперь обратимся к более детальному сопоставлению корректуры и опубликованного варианта доклада Гильберта, в значительной мере опираясь на цитированные работы [15–24].

5. "Основания физики (1-е сообщение)"

Гильберта: предпосылки

Кратко мы уже дважды (во введении и в хронике), следуя работам [15, 19–24], описали основные результаты сравнения корректуры гильбертовского доклада, наиболее близкой, по-видимому, к тексту, который был представлен и произнесен Гильбертом 20 ноября 1915 г., и

того варианта доклада, который был опубликован в *Göttingen Nachrichten* в марте 1916 г. (и тоже был датирован 20 ноября 1915 г.). При этом, естественно, мы делали упор на различиях, касающихся общей ковариантности и уравнений гравитационного поля. Но можно предположить, что эти различия не казались Гильберту существенными. Несомненно, он считал, что все главное, относящееся к сути его единой теории, осталось без изменения. Поэтому он, вероятно, сохранил датировку 20 ноября, не указав при публикации, что в первоначальный текст были внесены определенные новшества.

Успех в реализации аксиоматического построения евклидовой геометрии, достигнутый Гильбертом в 1899 г. (когда были опубликованы его *Основания геометрии*), сделал его энергичным сторонником аксиоматического метода не только в математике, но и в науке вообще. "Гильберт — страстный поборник аксиоматического подхода, — писал о нем Г. Вейль. — Он считал, что этот подход имеет универсальное значение не только для математики, но и для всех наук. Его исследования в области физики пронизаны духом аксиоматики. В своих лекциях он любил иллюстрировать аксиоматический метод примерами из биологии, экономики и т.д." [45, с. 511].

Гильберт видел, что теоретическая физика в трудах Максвелла, Больцмана, Герца, Лоренца, Планка и др. достигает такого уровня математического развития, что вполне созрела для аксиоматического построения. В числе важнейших 23 проблем математики, которые геттингенец выделил в своем знаменитом докладе "Математические проблемы", прочитанном им 8 августа 1900 г. на одном из заседаний 2-го Международного конгресса математиков в Париже, он рассмотрел 6-ю проблему "Математическое изложение аксиом физики" [46, с. 415–416]. Весьма пророчески, особенно в свете последующего развития релятивистских теорий, звучали слова Гильберта о тех математических структурах, которые должны будут выйти на передний план при решении этой проблемы: "Для того, чтобы построение физических систем провести по образцу аксиом геометрии, следует попробовать сначала небольшим количеством аксиом охватить возможно более общий класс физических явлений, а затем присоединением каждой следующей аксиомы прийти к более специальным теориям, а тогда, возможно, возникнет принцип классификации, который сможет использовать глубокую теорию бесконечных групп преобразований Ли" [46, с. 416].

Но одно дело — аксиоматизировать какую-нибудь одну физическую теорию, например механику или термодинамику, и совсем другое дело — аксиоматизация физики в целом. Последняя задача означала не только собственно аксиоматическое построение, но и создание своего рода единой физической теории. Образцом могла служить теория электромагнитного поля, объединившая на основе уравнений Максвелла, учения о свете, электричестве и магнетизме и легшая в основу электромагнитно-полевой программы, или электромагнитной картины мира. Реальную возможность разработки такой теории Гильберт увидел в 1913 г., когда почти одновременно появились электромагнитная теория материи (нелинейная электродинамика) Г. Ми и тензорно-геометрическая теория гравитации Эйнштейна–Гроссмана. Обе теории были полевыми и опирались на теорию относительно-

сти. Тем самым наметилась возможность реализации "теоретико-полевого идеала единства физики" и, одновременно, аксиоматического построения физики⁸.

Не вдаваясь в детали теории Ми, опишем ее так, как она была воспринята самим Гильбертом, отметив при этом, что это восприятие было основано на переформулировке теории М. Борном [47]. Самым существенным здесь было то, что теория сводилась к поиску лоренц-ковариантного электромагнитно-полевого лагранжиана, являющегося таким обобщением максвелловского выражения, которое позволило бы "получить электрон", т.е. вычислить его массу, и вывести закон его движения. В соответствии с терминологией, использованной Ми, Гильберт называл этот лагранжиан "мировой функцией" и рассматривал его в форме:

$$L = \alpha Q + f(q),$$

или даже в более специализированной форме, которая также упоминается в работе Ми:

$$L = \alpha Q + \beta q^3,$$

где

$$Q = \sum_{k,l,m,n} M_{mn} M_{lk} g^{mk} g^{nl}$$

— общековариантное обобщение максвелловского лагранжиана; $M_{ks} = q_{sk} - q_{ks}$ — тензор электромагнитного поля; $q_{ks} = \partial q_k / \partial w_s$, q_k — электромагнитные потенциалы; g^{mk} — метрический тензор (он же — гравитационный потенциал); $q = \sum_{k,l} q_k q_l g^{kl}$ — квадратичный по потенциалам скаляр; α и β — некоторые постоянные.

Явно зависящие от электромагнитных потенциалов нелинейные добавочные члены $f(q)$ или βq^3 и создавали возможность сведения элементарных заряженных частиц, а значит, и материи в целом к электромагнитному полю. У Гильберта даже были надежды на то, что обобщенная электродинамика при правильном выборе нелинейного члена позволит описать и квантовые особенности в поведении частиц и излучения⁹. Развернутая критика проекта Ми была дана несколькими годами позже, прежде всего в знаменитых монографиях Г. Вейля [49] и В. Паули [6]¹⁰.

⁸ Более ранние попытки аксиоматизации физики Гильбертом на основе механики и специальной теории относительности носили фрагментарный характер. Они не опирались на "теоретико-полевого идеала единства физики", а теория тяготения в них вообще не затрагивалась. См. об этом [16, 20].

⁹ Эвристическим основанием для этого могла служить близость порядков постоянной Планка h и постоянной e^2/c , имеющих размерность действия. Как писал Эйнштейн в 1909 г.: "Из соотношения вытекает, что та модификация теории, которая дает как следствие элементарный квант e , будет также содержать в себе квантовую структуру излучения" [48, с. 178].

¹⁰ Основной недостаток концепции Ми был четко сформулирован В. Паули. Отметив то обстоятельство, что подходящая "мировая функция" еще не найдена, он заметил: "Значительно более серьезную трудность, по-видимому, представляет следующее обстоятельство, отмеченное еще Ми. Если найдено решение для электростатического потенциала φ некоторой элементарной частицы, то $(\varphi + \text{const})$ уже решением не будет, так как в уравнения поля Ми входят абсолютные значения потенциалов. Поэтому материальные частицы оказываются не способными к существованию в постоянном внешнем потенциальном поле (выделено Паули — В.В.)" [6, с. 278]. Вместе с тем Паули

Тензорно-геометрическая теория Эйнштейна – Гроссмана вводила идею общей ковариантности и тензорные потенциалы гравитационного поля, а также, вместе с ними, понимание пространства-времени как четырехмерного риманова многообразия. Однако адекватные этому подходу уравнения гравитационного поля не были установлены; более того, Эйнштейну казалось, что найдены принципиальные возражения против общей ковариантности уравнений гравитационного поля, связанные с принципами причинности и сохранения энергии-импульса. Поэтому в 1913–1914 гг. (и первой половине 1915 г.) в качестве полевых уравнений использовались уравнения для потенциалов g_{ik} и их первых и вторых производных, обладающие ограниченной ковариантностью. Фактически, как выяснилось впоследствии, эта ковариантность не выходила за рамки линейных преобразований, а поэтому в принципе не включала в себя переходы между ускоренными системами отсчета, а значит, плохо согласовывалась (или вообще не согласовывалась) с принципом эквивалентности.

Именно при таком положении дел в области теории тяготения Гильберт, увлеченный физикой и уже, по-видимому, имеющий в виду возможность реализации "теоретико-полевого идеала единства физики", приглашает Эйнштейна летом 1915 г. в Геттинген, чтобы "из первых рук" познакомиться с релятивистской тензорно-геометрической теорией гравитационного поля.

Эйнштейн с 28 июня по 5 июля прочел шесть лекций. Пока найден конспект части этих лекций, записанный неизвестным слушателем. 11-страничный конспект озаглавлен "Эйнштейн. 28/6–5/7. Гёттинген". Нашел его в архиве Гильберта в Геттингене Л. Корри; в 1996 г. он был опубликован в 6-м томе пристонского собрания сочинений Эйнштейна [37, р. 587–590]. Судя по этим запискам, Эйнштейн рассказывал о принципе эквивалентности и тензорно-геометрической концепции гравитации. К сожалению, материал, касающийся уравнений поля, в конспекте не затрагивается. Известно несколько писем Эйнштейна и одно письмо Гильберта, относящиеся к июлю-августу 1915 г., в которых они с энтузиазмом (если не восторгом) писали о геттингенской встрече и друг о друге (см. хронику).

На пути к решающим и драматическим событиям в ноябре 1915 г. оба побывали на острове Рюген (в Балтийском море). Не исключено, хотя и маловероятно, что время их пребывания там совпало (см., например, [21, с. 540]). Скорее всего, Эйнштейн там был на месяц или полтора раньше Гильберта. Есть основания считать, что начало решающего ноябрьского "рывка" с обеих сторон восходит к концу первой декады октября (у Эйнштейна) — середине октября (у Гильберта) (см. хронику и [21, с. 540–541]).

высоко ценил замысел Ми и считал, что, несмотря на указанные недостатки, нельзя считать, "что электродинамика Ми должна быть отброшена" (там же). Сам Ми еще в 1912 г. весьма пророчески (особенно в свете опыта Ааронова – Бомы) подчеркивал: "Ближайшей проблемой, на которую непосредственно указывает теория, является исследование того, можно ли в очень сильных электрических или магнитных полях или даже в областях, где напряженность полей равна нулю, но имеются очень большие значения потенциалов, найти какие-либо отклонения от максвелловских законов, справедливых в идеальном вакууме" (подчеркнуто нами — В.В.) [25, с. 43].

Хроника дает ясное представление о первых ноябрьских работах Эйнштейна, доложенных им на заседаниях Прусской академии наук в Берлине 4, 11 и 18 ноября и переписке в эти дни между ним и Гильбертом. По сути дела Эйнштейн возвращается к идее общековариантных уравнений гравитационного поля, опирающихся на тензор Риччи, и ищет уравнения в форме:

$$G_{ik} = -\kappa T_{ik}.$$

Несомненно, он понял к этому времени, что аргументы против общековариантных уравнений поля, связанные с нарушением принципа причинности и законом сохранения энергии-импульса, бьют мимо цели. Теперь, напротив, он любой ценой стремится достичь общей ковариантности всей теории, включая полевые уравнения. Он даже готов был (в работе, датированной 11 ноября) прибегнуть к предположению об электромагнитном строении материи (положив след тензора $T_{\mu\nu}$ равным нулю: $T = 0$). Убедительным подтверждением правильности общековариантного подхода к уравнениям поля стало рассмотрение их частного случая (для пустого пространства: $T_{\mu\nu} = 0$)

$$G_{\mu\nu} = 0,$$

которое привело к правильному вычислению аномального смещения перигелия Меркурия в работе, доложенной 18 ноября.

6. "Основания физики (1-е сообщение)": гильбертовский способ объединения гравитации, электромагнетизма и материи

И в этот момент (точнее 20 ноября) Гильберт докладывает в Геттингене свою работу с весьма многозначительным названием "Основания физики". Ровно за неделю до этого в письме к Эйнштейну от 13 ноября он сверхлаконично впервые описывает суть своего синтеза, ссылаясь на "одну общую теорему" (см. хронику). Именно в этом, по-видимому, он усматривал свое главное достижение, как и в установлении того, что эта теорема (и все построение) базируется на двух аксиомах. И эта часть работы имеется и в корректуре, и в опубликованном варианте доклада.

Пространственно-временные координаты самого общего вида w_s ($s = 1, 2, 3, 4$) он называет, в духе Минковского, "мировыми параметрами" и постулирует, что любое физическое событие определяется 14-ю величинами: десятью гравитационными потенциалами $g_{\mu\nu}$ и четырьмя электродинамическими потенциалами q_s , при этом $\mu, \nu = 1, 2, 3, 4$ и $s = 1, 2, 3, 4$, а также — двумя аксиомами. Первая аксиома, которую Гильберт называет "аксиомой Ми о мировой функции", является не чем иным, как принципом Гамильтона для рассматриваемой электромагнитно-гравитационной системы:

$$\delta \int H \sqrt{g} d\omega = 0.$$

Здесь $g = |g_{\mu\nu}|$, $d\omega = dw_1 dw_2 dw_3 dw_4$, а лагранжиан H зависит от потенциалов $g_{\mu\nu}$ и q_s , а также от первых и вторых производных $g_{\mu\nu}$ по w_s и от первых производных q_s по w_s .

Вторая аксиома — это "аксиома об общей инвариантности", согласно которой мировая функция H должна быть "инвариантна по отношению к любому преобразованию мировых параметров w_s " [44, с. 368]. Эту

аксиому было бы естественно связать с именем Эйнштейна, который уже в конце 1912 г. пришел к идее общей ковариантности и вместе с М. Гроссманом создал фундамент тензорно-геометрической концепции гравитации. При этом гильбертовское понимание этой идеи вполне отвечало эйнштейновскому. Гильберт замечает: "Аксиома II есть простейшее математическое выражение того требования, что связь потенциалов сама по себе совершенно не зависит от способа, которым установлено соответствие между мировыми точками и мировыми координатами" [44, с. 368]. Аналогичная эйнштейновская формулировка начала 1916 г.: "Так как все наши физические опытные данные можно в конце концов свести к таким совпадениям (т.е. "пространственно-временным совпадениям двух точечных событий" — **В.В.**), то заранее нет никакого основания отдавать предпочтение какой-либо одной координатной системе перед другими, т.е. мы приходим к требованию общей ковариантности" [50, с. 460]. Вместе с тем, Эйнштейн до 1916 г. ни разу не рассматривал вариационный вывод уравнения гравитации с общековариантным лагранжианом, почему Гильберт и не связал эту аксиому с именем Эйнштейна (см. гильбертовское примечание 4) [44, с. 368].

Далее следует "Теорема I", являющаяся частным случаем доказанной двумя-двумя с половиной годами спустя Э. Нетер второй теоремы об инвариантных вариационных задачах (2-й теоремы Нетер) [51]: "Если выражение J инвариантно по отношению к любым преобразованиям и содержит n величин и их производных и если из условия

$$\delta \int J \sqrt{g} d\omega = 0$$

составить n лагранжевых вариационных уравнений для этих n величин, то в этой инвариантной системе n дифференциальных уравнений четыре являются следствием $n - 4$ остальных в том смысле, что всегда четыре не зависящие одна от другой линейных комбинации этих n дифференциальных уравнений и их полных производных тождественно удовлетворяются" [44, с. 368].

Для сравнения дадим формулировку 2-й теоремы Нетер: "Если интеграл J инвариантен по отношению к группе $G_{\infty\rho}$ (т.е. непрерывной группе, зависящей от ρ произвольных функций — **В.В.**), в которой встречаются производные до σ -го порядка, то имеют место ρ тождественных соотношений между лагранжевыми выражениями и их производными до σ -го порядка" [51, с. 613]. Под лагранжевыми выражениями понимаются левые части уравнений Лагранжа — Эйлера. В частном случае "теоремы I" Гильберта — это десять уравнений гравитационного поля:

$$\frac{\partial \sqrt{g} H}{\partial g^{\mu\nu}} - \sum \frac{\partial}{\partial w_k} \frac{\partial \sqrt{g} H}{\partial g^{\mu\nu k}} + \sum \frac{\partial^2}{\partial w_k \partial w_l} \frac{\partial \sqrt{g} H}{\partial g^{\mu\nu kl}} = 0,$$

которые получаются при варьировании 10 гравитационных потенциалов $g_{\mu\nu}$, и четыре уравнения электродинамики:

$$\frac{\partial \sqrt{g} H}{\partial q_h} - \sum \frac{\partial}{\partial w_k} \frac{\partial \sqrt{g} H}{\partial q_{hk}} = 0,$$

которые получаются при варьировании 4-х электромагнитных потенциалов q_s .

Обозначая первые $[\sqrt{g}H]_{\mu\nu} = 0$, а вторые $[\sqrt{g}H]_h = 0$, Гильберт на основании "теоремы I" делает вывод, что вторые четыре уравнения $[\sqrt{g}H]_h = 0$, являющиеся обобщенными уравнениями Максвелла, оказываются следствием первых десяти уравнений $[\sqrt{g}H]_{\mu\nu} = 0$, являющихся уравнением гравитации.

В этом суть единой полевой теории Гильберта. Именно "в указанном смысле электродинамические явления суть следствия тяготения" [44, с. 369]. Поэтому "теорему I" он называет "лейтмотивом" всего построения (в русском переводе — "основой для построения моей теории"). В этой части тексты корректуры и опубликованного варианта практически совпадают. Отличие незначительное: оно касается буквально двух-трех мест, в которых (в опубликованном варианте) дополнительно подчеркнут эйнштейновский приоритет в некоторых пунктах, касающихся теории гравитации, или несколько преуменьшены новизна и вклад в проблему самого Гильберта. Весьма примечательны в этом плане вставки или исправления, сделанные рукой Гильберта на первых двух страницах корректуры¹¹.

Далее в опубликованном варианте доклада следует довольно обширный, заполненный математическими выкладками раздел, посвященный двум теоремам (теоремам II и III), которые, как выясняется только в конце раздела, нужны для корректного введения понятия энергии и закона сохранения энергии в рассматриваемой теории. Не вполне понятно, казалось, чем вызвана такая, принятая Гильбертом, последовательность изложения. Еще не выписаны даже основные уравнения теории и остается неопределенным вид мировой функции, а автор весьма формально, на основе отнюдь не простых математических преобразований уже строит весьма туманное выражение для энергии "вектора энергии" e^l , странным образом "линейно зависящего от произвольного вектора p^s "!

В этой части опубликованный вариант доклада и корректура сильно различаются. Но обращение к корректуре объясняет это несколько загадочное обстоятельство. К этому мы вернемся несколько позже, а сейчас перейдем к заключительной части доклада, которая из корректуры почти без всяких изменений перешла в опубликованный вариант. Забегая вперед, сразу подчеркнем, что это "почти" крайне существенно и касается уравнений гравитационного поля.

Наконец-то Гильберт конкретизирует форму мировой функции своей теории (фактически, это еще одна аксиома):

$$H = K + L,$$

где $K = \sum_{\mu,\nu} g^{\mu\nu} K_{\mu\nu}$ — "инвариант тензора Римана (кривизна четырехмерного многообразия)", а L — электромагнитная часть мировой функции, которая остается

пока достаточно неопределенной (предполагается лишь, что она зависит от $q_s, q_{sk}, g^{\mu\nu}$).

При этом, по соображениям общей ковариантности оказывается, что производные потенциалов входят в L только в форме "кососимметричного инвариантного тензора, т.е. так называемого электромагнитного шести-вектора":

$$M_{ks} = q_{sk} - q_{ks}.$$

Кстати говоря, "этот результат, которым только теперь определяется характер максвелловских уравнений, — подчеркивает Гильберт, — получается здесь как следствие общей ковариантности, т.е. на основе аксиомы II" [44, с. 374]. Другой важный вывод, к которому приходит в этой части автор, — это доказательство того, что тензор энергии-импульса материи (в рассматриваемом случае — в рамках обобщенной теории Ми) получается "путем дифференцирования инварианта L по потенциалам тяготения" (или, как говорил несколько позже В. Паули, "варьированием G -поля в интеграле действия" [6, с. 231]). То обстоятельство, что при переходе к пределу: $g_{\mu\nu} = 0$ ($\mu \neq \nu$) и $g_{\mu\mu} = 1$ выражение $(\partial\sqrt{g}L)/(\partial g^{\mu\nu})$ совпадает с тензором энергии-импульса лоренц-ковариантной теории Ми, как указывает Гильберт, "впервые указало мне на необходимость существования тесной связи между общей теорией относительности Эйнштейна и электродинамикой Ми и дало мне доказательство справедливости развиваемой здесь теории" [44, с. 375].

В действительности же, этот результат имеет в общей теории относительности универсальное значение и не связан с конкретной формой лагранжиана L , в частности с теорией Ми.

Далее, в обеих версиях гильбертовского доклада следует конкретизация вывода о том, что в соответствии с "теоремой I" уравнения электродинамики являются следствием уравнений гравитации. Точнее, Гильберт получает "четыре, независимые одна от другой линейные комбинации... основных электродинамических уравнений и их первых производных":

$$\sum_m \left(M_{mv} [\sqrt{g}L]_m + q_v \frac{\partial}{\partial w_m} [\sqrt{g}L]_m \right) = 0 \quad (v = 1, 2, 3, 4).$$

Вывод этих тождеств Гильберт заключил выводом: "Это есть точное математическое выражение высказанного выше утверждения о характере электродинамики как следствия тяготения" [44, с. 377]. Если в лагранжиан и уравнения электродинамики потенциалы входят явным образом, т.е. когда теория калибровочно неинвариантна (как в общем случае теории Ми), то, как показали Ю. Ренн и Дж. Стейчел, даже выполнение уравнений поля на начальной гиперповерхности не влечет за собой их выполнение вообще [22, с. 40]. В том случае, когда теория калибровочно инвариантна и мы имеем дело с обычными уравнениями Максвелла, последние действительно следуют из выписанного выше соотношения¹².

¹¹ По-видимому, Гильберт как-то узнал об обиде Эйнштейна (см. в хронике письмо Эйнштейна к Цангеру от 26.XII.1915 и последующее декабрьское примирительное письмо Эйнштейна Гильберту) и решил еще больше подчеркнуть его роль в разрабатываемой единой теории. Так он, говоря о гравитационных потенциалах $g_{\mu\nu}$, добавляет "впервые введенных Эйнштейном". Аналогичные небольшие поправки в двух других местах, сделанные рукой Гильберта, не вошли в опубликованный текст Гильберта.

¹² В этой связи имеет смысл привести рассуждение из трехтомного трактата по гравитации Ч. Мизнера, К. Торна и Дж. Уилера [52, § 20.6]. Авторы указывают, что с современной точки зрения 2-я теорема Нетер, или свернутые тождества Бьянки, имеют своим следствием обращение в нуль ковариантной производной тензора

Таким образом, в случае калибровочно неинвариантной теории Ми с лагранжианом типа

$$L = \alpha Q + \phi(q)$$

в общем надо пользоваться не обобщенными уравнениями Максвелла

$$[\sqrt{g}L]_m = 0,$$

а уравнениями

$$\sum_m \left(M_{mv} [\sqrt{g}L]_m + q_v \frac{\partial}{\partial w_m} [\sqrt{g}L]_m \right) = 0.$$

Именно в способе сведения уравнений электродинамики к уравнениям гравитации на основе "теоремы I" (т.е. частного случая доказанной позже Э. Нетер ее второй теоремы) видел Гильберт основной результат своего построения. При этом важным было и то, что все построение опирается на две простые аксиомы о единой вариационной структуре полевых уравнений и об их принципиальной общей ковариантности. Вся схема построения и описанные выше результаты почти целиком перешли из корректуры в окончательную версию доклада, которая была опубликована в марте 1916 г. Возможно поэтому Гильберт мог сохранить датировку доклада (20 ноября 1915 г.), не считая необходимым отметить те изменения, которые он сделал после 6 декабря 1915 г.

7. "Основания физики (1-е сообщение)" Гильберта: различия между корректурой и публикацией

Переходя к рассмотрению этих изменений, подчеркнем, что они касаются как раз той части, которая связана с общековариантными уравнениями гравитационного поля. Сразу напомним, что в опубликованном варианте

энергии-импульса материи T_{ik} , интерпретируемое как закон сохранения энергии-импульса материи (при наличии гравитации):

$$\nabla T = 0, \text{ или } T_{;k}^{ik} = 0$$

Если сюда подставить выражение для T_{ik} электромагнитного поля

$$T_{\mu\nu} = \frac{1}{4\pi} \left(F^{\mu\alpha} g_{\alpha\beta} F^{\nu\beta} - \frac{1}{4} g^{\mu\nu} F_{\sigma\tau} F^{\sigma\tau} \right), \quad (*)$$

то это приводит к четырем соотношениям

$$F_{\beta}^{\mu} F_{;\nu}^{\beta\nu} = 0. \quad (**)$$

В достаточно общей ситуации, когда определитель, составленный из компонент F_{β}^{μ} и равный $-(\vec{E}, \vec{B})^2$, отличен от нуля, отсюда следуют соотношения:

$$F_{;\nu}^{\beta\nu} = 0, \quad (***)$$

т.е. уравнения Максвелла. Авторы упомянутого "трактата" так комментируют этот результат: "Во всех нормальных точках (пространства-времени — **В.В.**) четыре линейных уравнения (20.38) (т.е. уравнения (**)) — **В.В.**, с отличным от нуля детерминантом приводят к тождественному обращению в нуль четырех неизвестных (20.39) (т.е. $F_{;\nu}^{\beta\nu}$ — **В.В.**), другими словами, выполняются максвелловские "уравнения движения":

$$F_{;\nu}^{\beta\nu} = 0,$$

и они должны выполняться как следствие уравнений поля Эйнштейна (20.31) (т.е. уравнений $R_{\mu\nu} - 1/2 g_{\mu\nu} R = -\kappa T_{ik}$ — **В.В.**) плюс выражение (20.32) (т.е. (*) — **В.В.**) для тензора энергии-импульса. Специальные случаи допускают контрпримеры..., но в общем случае не обязательно взывать к максвелловским уравнениям движения, их можно вывести из уравнений поля Эйнштейна" [52, с. 111].

доклада Гильберт, выбрав в качестве гравитационной части лагранжиана скалярную кривизну

$$K = \sum_{\mu,\nu} g^{\mu\nu} K_{\mu\nu},$$

где $K_{\mu\nu}$ — тензор Риччи, получает при варьировании гравитационных потенциалов сначала уравнения гравитационного поля в форме

$$[\sqrt{g}K]_{\mu\nu} + \frac{\partial \sqrt{g}L}{\partial g^{\mu\nu}} = 0,$$

а затем добавляет: "Первый член слева преобразуется следующим образом:

$$[\sqrt{g}K]_{\mu\nu} = \sqrt{g} \left(K_{\mu\nu} - \frac{1}{2} K g_{\mu\nu} \right),$$

как легко получается непосредственно из того, что $K_{\mu\nu}$, помимо $g_{\mu\nu}$, есть единственный тензор второго ранга, а K — единственный инвариант, которые могут быть получены исключительно из первых и вторых производных $g_k^{\mu\nu}$, $g_{kl}^{\mu\nu}$.

Получаемые таким путем дифференциальные уравнения тяготения созвучны, как мне кажется, грандиозной общей теории относительности, выдвинутой Эйнштейном в его последних работах. (В этом месте статьи Гильберт дает ссылку на все ноябрьские работы Эйнштейна, включая его последнюю статью, представленную 25 ноября и опубликованную 2 декабря 1915 г. — **В.В.**) [44, с. 375].

Обратившись к соответствующему месту в корректуре, мы находим там только уравнения гравитации в форме с вариационной производной

$$[\sqrt{g}K]_{\mu\nu} + \frac{\partial \sqrt{g}L}{\partial g^{\mu\nu}} = 0,$$

уравнения же гравитации с вариационной производной $[\sqrt{g}K]_{\mu\nu}$, преобразованной к знаменитой форме $(K_{\mu\nu} - 1/2 g_{\mu\nu} K)$, в корректуре отсутствуют.

Кроме того, в корректуре неожиданно обнаруживается еще одна линия, которой нет в опубликованном варианте, но которая оставила там некоторые следы. В окончательной версии доклада Гильберта требование общей ковариантности (аксиома II) безусловно; оно не подвергается никаким ограничениям и в отношении уравнений гравитационного поля. Форма общековариантных уравнений гравитации с "половинным" членом окончательна и никакой специализации не подлежит.

В корректуре же после общего заключения, сделанном на основе теоремы I Гильберта о том, что "электродинамические явления — суть следствия тяготения", имеется очень важный абзац, в котором утверждается, что в действительности общековариантные уравнения поля приводят к принципиальной неоднозначности.

Эту неоднозначность, отмечает автор, можно устранить, если ограничить общую ковариантность некоторым физическим условием, в качестве которого естественно выбрать закон сохранения энергии-импульса. Приведем этот абзац полностью: "Как следует из нашей математической теоремы (т.е. теорема I Гильберта — **В.В.**), на основе сформулированных выше аксиом I и II для 14 потенциалов можно получить только десять

существенно независимых друг от друга уравнений, а с другой стороны при сохранении требования общей инвариантности более десяти существенно независимых уравнений для 14 потенциалов $g^{\mu\nu}$, q_s , вообще получить невозможно. Поэтому, если мы хотим сохранить детерминистический характер основных уравнений физики в соответствии с теорией дифференциальных уравнений Коши, мы должны к уравнениям (4) и (5) (т.е. к основным полевым уравнениям — **В.В.**) добавить четыре дополнительных неинвариантных уравнения. Чтобы найти эти уравнения, я, прежде всего, даю некоторое определение понятия энергии" [14, с. 3–4]¹³. Далее значительная часть текста корректуры посвящена конструированию понятия энергии и соответствующего закона сохранения. Отсылая читателя за подробностями этого построения к работам Ю. Ренна и Дж. Стейчела, а также Т. Зауэра [21, 22], приведем конечный результат, который сформулирован Гильбертом в аксиоме III ("аксиоме пространства и времени"):

"Аксиома III (аксиома пространства и времени). Пространственно-временные координаты — это такие выделенные (*besondere*) мировые параметры, для которых справедлив закон энергии (15)" [14, с. 7]. Уравнение (15) — это дивергентное соотношение:

$$\sum_l \frac{\partial e_s^l}{\partial w_l} = 0,$$

где

$$e_s^l = \sum \left(\frac{\partial \sqrt{g}H}{\partial g_k^{\mu\nu}} g_s^{\mu\nu} + \frac{\sqrt{g}H}{\partial g_{kl}^{\mu\nu}} g_{sl}^{\mu\nu} + g_s^{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial w_l} \frac{\partial \sqrt{g}H}{\partial g_{kl}^{\mu\nu}} \right).$$

Далее Гильберт приходит к выводу, что фигурирующее в аксиоме III дивергентное соотношение выполняется тогда и только тогда, когда некоторое выражение e_s обращается в нуль. Так появляются искомые нековариантные условия

$$e_s = \frac{d^{(g)} \sqrt{g}H}{dw_s} = 0;$$

здесь имеется в виду полная производная по мировым параметрам, а индекс (g) означает, что учитываются только гравитационные потенциалы и их производные, но не принимаются во внимание электромагнитные потенциалы.

Тем самым, заключает автор, "...эти четыре дифференциальные уравнения (16) дополняют гравитационные уравнения (4) до системы 14 уравнений для 14 потенциалов $g^{\mu\nu}$, q_s , т.е. системы основных уравнений физики. Вследствие равного числа уравнений и подлежащих определению потенциалов все физические явления удовлетворяют также принципу причинности (*das Kausalitätsprinzip*), таким образом выявляется теснейшая связь между законом энергии и принципом причинности, которые обуславливают друг друга" [14, с. 7].

В результате, получается несколько парадоксальная ситуация, напоминающая двойную ковариантность тео-

рии Эйнштейна – Гроссмана. Все построение основано на общей ковариантности, которая затем ограничивается — для согласования теории с принципом причинности. Правда, в отличие от эйнштейновских (отчасти совместно с Гроссманом) попыток построения необщековариантных уравнений поля, Гильберт разрушает общую ковариантность полевых уравнений, дополняя их четырьмя нековариантными уравнениями, связанными с законом сохранения энергии. Интересно, что если Эйнштейн в ноябре 1915 г. последовательно, от одной работы к другой, неуклонно стремится к достижению полной общей ковариантности теории, то Гильберт, наоборот, начав с общей ковариантности как основы своей единой теории и основы для получения полевых уравнений, приходит в конечном счете к ее принципиальному разрушению путем дополнения основных полевых уравнений нековариантными условиями.

В опубликованном варианте доклада все рассуждения, связанные с ограничением общей ковариантности из-за принципа причинности, и, конечно, аксиома III, отсутствуют. Естественно предположить, что, ознакомившись с последней ноябрьской статьей Эйнштейна, где полная общая ковариантность теории была достигнута, Гильберт понял ошибочность своих нековариантных ограничений и исключил из публикуемой версии доклада соответствующий материал. Вполне вероятно также, что эйнштейновские уравнения гравитации с "половинным" членом $1/2g_{ik}T$, которые были получены в последней ноябрьской статье Эйнштейна, подсказали ему эквивалентную форму этих уравнений с аналогичным "половинным" членом $1/2g_{\mu\nu}R$, который мог быть получен различными путями, в том числе и в результате вариационной выкладки из принципа действия со скалярной кривизной в качестве лагранжиана. Впрочем, этот вывод в опубликованном варианте отсутствует, а вместо него приведены не вполне корректные теоретико-инвариантные соображения (см. с. 1358 данной работы).

Итак, весь материал, связанный с ограничением общей ковариантности, принципом причинности и аксиомой III, Гильберт исключил, но несколько модифицированная часть, в которой конструируется понятие энергии, осталась в окончательной версии доклада. Для читателя, незнакомого с корректурой, всегда возникал вопрос о том, какое отношение к гильбертовскому аксиоматическому проекту единой теории поля имеет эта довольно объемистая часть, занимающая немногим меньше половины всей работы. После ознакомления с корректурой этот вопрос становится ясен: это следы поиска разумного нековариантного ограничения, необходимого для согласования теории с принципом причинности.

Заметим, что позже, во 2-й части "Оснований физики", точнее в статье "Основания физики. (Второе сообщение)", опубликованной в 1917 г., Гильберт обстоятельно рассмотрел проблему причинности в общековариантной теории, вполне преодолев свое заблуждение ноября 1915 г. [53, с. 382–386]¹⁴.

¹³ Приведем заключительную часть этого крайне важного рассуждения в оригинале: "...So ist, sofern wir der Cauchyschen Theorie der Differentialgleichungen entsprechend den Grundgleichungen der Physik den Charakter der Bestimmtheit bewahren wollen, die Forderung von vier weiteren zu (4) und (5) hinzutretenden nicht invarianten Gleichungen unerlässlich. Um zu diesen Gleichungen zu gelangen, stelle ich zunächst eine Definition des Energiebegriffes auf".

¹⁴ В. Паули в своей энциклопедической статье четко разъяснил позицию Гильберта: "...Общее решение уравнений поля должно содержать четыре произвольные функции. Среди десяти полевых уравнений... для десяти неизвестных g_{ik} должны таким образом иметься четыре тождества. Вообще в релятивистской теории (т.е. в общековариантной теории — **В.В.**) для m неизвестных должно

8. Выводы

Таким образом, сравнение первой корректуры гильбертовского доклада с его опубликованным вариантом позволяет сделать следующие выводы:

1. В обеих версиях доклада изложена основная концепция аксиоматического построения единой теории гравитационного и электромагнитного полей, а также материи на основе общековариантного принципа действия с лагранжианом, представляющим собой сумму скалярной кривизны и лагранжиана электромагнитной теории материи Ми. Способ объединения полей основан на сформулированной Гильбертом теореме, являющейся частным случаем 2-й теоремы Нетер. Уравнения электродинамики, точнее их определенное обобщение, интерпретированы как следствие уравнений гравитации. Тензор энергии-импульса материи (электромагнитного поля) получен как результат варьирования "материального" лагранжиана по гравитационным потенциалам. Фактически, все это построение и все эти результаты, которые Гильберт считал сутью своей теории, перешли из корректуры в опубликованный вариант доклада. Возможно поэтому Гильберт сохранил первоначальную датировку доклада.

2. Вместе с тем, весь материал, касающийся уравнений гравитационного поля и их общей ковариантности, представленных в окончательной версии совершенно иначе, чем в корректуре. Прежде всего, в первоначальном варианте доклада (20.XI.1915 г.), текст которого, по всей вероятности, был близок к первой корректуре, датированной 6.XII.1915 г., подчеркивается, что общековариантные уравнения гравитации, которые должны получиться из вариационного принципа со скалярной кривизной в качестве лагранжиана, некорректны, поскольку не согласуются с принципом причинности (довод, аналогичный эйнштейновскому аргументу против общей ковариантности полевых уравнений до ноября 1915 г.). При этом уравнения гравитации в общепринятой форме (с тензором Риччи) вообще не выписываются, а функционируют лишь в общей форме лагранж-эйлеровских уравнений, следующих из вариационного принципа. Почти половину объема корректуры занимает построение "вектора энергии" и, соответственно, закона сохранения энергии-импульса. Это объясняется тем, что именно законом сохранения энергии-импульса, который формулируется в виде четырех необщековариантных уравнений, общая ковариантность полевых уравнений ограничивается так, что принцип причинности восстанавливается. Итак, теория Гильберта, в которой уравнения гравитации являются основными (уравнения электромагнитного поля оказываются их следствием),

существовать лишь $(m - 4)$ независимых уравнения. Противоречие с принципом причинности является только кажущимся, так как все возможные решения уравнений поля отличаются друг от друга лишь формально, оставаясь вполне равноправными. Изложенные здесь соображения указаны Гильбертом" [6, с. 233]. Паули при этом почему-то ссылается на 1-е сообщение "Оснований физики". Хотя разъяснение проблемы причинности в общековариантных теориях Гильберт дал только во 2-м сообщении. Интересно, что упрек Паули в адрес Эйнштейна ("...Эйнштейн некоторое время придерживался ошибочного взгляда, согласно которому указанная неоднозначность решений позволяет заключить, что уравнения тяготения не могут быть общековариантными (см. *Berl. Ber.*, 1914)") в полной мере можно отнести и к Гильберту ноября 1915 г.

общековариантная по замыслу, становится нековариантной, т.е. полная общая ковариантность, в общем, разрушается или не достигается.

Что же касается правильной формы уравнений гравитации (в общековариантном виде, с "половинным" членом), то Гильберт явно не выписывает их в этом виде, возможно, полагая, что их (уравнения поля) все равно придется специализировать на основе связанных с законом сохранения энергии-импульса нековариантных условий.

3. Естественно, это вносит определенные коррективы и в вопрос о приоритете в открытии правильных общековариантных уравнений гравитации. Они отсутствовали в первоначальном варианте доклада Гильберта и появились только в опубликованном варианте (публикация — 31.III.1916 г.) почти через четыре месяца после публикации четвертой ноябрьской работы Эйнштейна, представленной 25.XI.1915 г. и опубликованной 2.XII.1915 г. Поэтому все-таки есть основание вернуться к первоначальному названию этих уравнений, связанному только с именем Эйнштейна.

4. При подготовке окончательной версии доклада Гильберт, несомненно, видел последнюю ноябрьскую работу Эйнштейна и, по-видимому, знал об "обиде" последнего и его подозрении, что геттингенец хочет "нострифицировать" общую теорию относительности. Гильберт, вслед за Эйнштейном, понял ошибочность аргументов против общековариантных уравнений поля, связанных с кажущимся нарушением причинности, и принял их в качестве правильных уравнений гравитации. Он существенно модифицировал ту часть доклада, в которой конструировался закон сохранения энергии-импульса, который теперь не рассматривался как нековариантное условие, ограничивающее требование общей ковариантности по отношению к полевым уравнениям. Утратив принципиальное значение, закон сохранения энергии-импульса по-прежнему занимал в окончательной версии доклада чуть ли не половину объема, что объясняется тем важным его положением, которое он занимал в исходном варианте доклада.

Что касается "обиды" Эйнштейна, то Гильберт постарался усилить приоритетное звучание его достижений. Вероятно, Эйнштейн, в свою очередь, узнал об этих усилиях Гильберта, чем можно объяснить его декабрьское примирительное письмо Гильберту.

В результате в опубликованном варианте доклада общая ковариантность была восстановлена, а общековариантные уравнения гравитационного поля, эквивалентные эйнштейновским, были выписаны явно. При этом, правда, вариационный вывод уравнений отсутствует, а правильная форма уравнений (с "половинным" членом) обосновывается (не вполне корректно!) единственностью тензора Риччи и скалярной кривизны, как общековариантных величин, зависящих только от $g^{\mu\nu}$ и их первых и вторых производных. Очень лаконичный вариационный вывод этих уравнений был дан Гильбертом в повторной публикации "Оснований физики" в 1924 г. [54]. Кстати говоря, достижение полной общей ковариантности было очень важно и для самой теории Гильберта, поскольку идея сведения электродинамики к гравитации в ней существенно опиралась именно на общую ковариантность действия теории в соответствии с теоремой I Гильберта (частным случаем 2-й теоремы Нетер).

5. Если гильбертовский проект не привел к нетривиальной единой физической теории (на основе "теоретико-полевого идеала единства физики"), а приоритет в открытии правильных общековариантных уравнений гравитации должен принадлежать Эйнштейну, то как же следует оценить вклад геттингенца (именно его первого сообщения по "Основаниям физики") в теоретическую физику в целом и в общую теорию относительности, в частности? Этот вклад можно разделить на две части. Первая часть — эвристическая, связанная с воздействием гильбертовского подхода на последующее развитие теоретической физики. Гильберту удалось в этой работе показать важную роль аксиоматического метода, опирающегося на такие математические теории (структуры), как геометрия и теория непрерывных групп, а также вариационное исчисление. В определенном смысле теория Гильберта была исходным пунктом в цепочке единых теорий поля, опирающихся на общую теорию относительности. Она, бесспорно, повлияла на ученика Гильберта Г. Вейля, создавшего в 1918 г. первую образцовую теорию этого типа.

Вторая часть — это то, что вошло в арсенал ОТО и, тем самым, в "золотой фонд" теоретической физики; это то, что выдержало проверку временем и может быть связано с именем Гильберта. Прежде всего, — это вывод уравнений гравитации из общековариантного вариационного принципа со скалярной кривизной в качестве лагранжиана. Соответствующий вариационный принцип и лагранжиан вполне естественно связать с именем Гильберта ("лагранжиан Гильберта", "вариационный принцип Гильберта"). Правда, "материальная" часть лагранжиана, использованного Гильбертом, была специализированной и связанной с теорией Ми. Кстати говоря, Гильберт также первым показал, что тензор энергии-импульса "материи" получается как производная "материального" лагранжиана по гравитационным потенциалам (или, в формулировке В. Паули, "тензор энергии-импульса материи получается варьированием G -поля в интеграле действия" [6, с. 231]). Этот результат можно было бы назвать "тензором энергии-импульса Гильберта" (или "гильбертовским представлением тензора энергии-импульса материи").

Наконец, Гильберт первым сформулировал нетривиальный частный случай 2-й теоремы Нетер, относящийся к группе общей ковариантности, и применил его для получения тождественных соотношений, интерпретированных им как уравнения движения материи (в случае теории Гильберта — это были определенные обобщения уравнений Максвелла). Гильберт же привлек Э. Нетер к изучению инвариантных вариационных задач, и она обобщила теорему I Гильберта и дала ее доказательство.

Кроме того, теорема III Гильберта, как было отмечено ранее [55], а также в работах [21, 22], приводит непосредственно к тождествам Бьянки, столь важным в ОТО. Вероятно, Гильберт первым дал их вариационный вывод [55].

6. Вопрос о том, кто на кого и как повлиял, теперь решается в пользу Эйнштейна. Безусловно, для Гильберта исходными в освоении тензорно-геометрической теории гравитации были работы Эйнштейна и Гроссмана 1913 г., а также фундаментальная работа Эйнштейна "Формальные основы общей теории относительности" 1914 г. Безусловно, геттингенские лекции Эйн-

штейна в конце июня — начале июля 1915 г. были очень важны для Гильберта, предпочитавшего осваивать физические теории на основе непосредственного общения с физиками. Но вполне правдоподобно предположение, что Гильберт осудил эйнштейновский способ получения нековариантных уравнений, связанный с полным отказом (в 1913–1914 гг.) от общековариантного подхода, тензора Риччи и т.п. Судя по первоначальному варианту доклада, Гильберт предпочитал максимум пользы извлечь из двух выдвинутых им аксиом, в том числе из аксиомы общей ковариантности. Так, в первоначальной версии доклада Гильберт сначала стремится получить общековариантные уравнения поля, и теоретико-инвариантные соображения почти однозначно указывали на скалярную кривизну в качестве гравитационного лагранжиана. И хотя он был согласен с эйнштейновской идеологией 1913–1914 гг. в том, что общековариантные уравнения поля не согласуются с принципом причинности, он считал, что ограничение общей ковариантности полевых уравнений — это следующий шаг. Поэтому соответствующую аксиому (аксиому III) он вводит в середине работы, когда набросок общековариантной теории (включая найденный верно гравитационный лагранжиан, а значит, в принципе и соответствующие уравнения) уже дан. Кстати говоря, такой способ построения вполне согласуется с изложением аксиоматического метода применительно к физике: "...Следует попробовать сначала небольшим количеством аксиом охватить возможно более общий класс физических явлений, а затем присоединением каждой следующей аксиомы прийти к более специальным теориям..." [46, с. 416]. Так что, геттингенские лекции Эйнштейна и их обсуждение с Гильбертом, возможно, могли быть взаимно стимулирующими. И дальше, примерно в одно время (в октябре 1915 г.) они начинают новый виток на пути к правильным уравнениям тяготения (Эйнштейн) и к аксиоматически устроенной теории гравитационного и электромагнитного поля (Гильберт).

В начале же ноября 1915 г. Эйнштейн первым представляет и публикует три ключевых работы по ОТО, в которых он возвращается на твердую почву общей ковариантности. Он первым посылает корректуры своих работ Гильберту и вступает с ним в переписку. Он очень близок в этих работах к достижению полной общей ковариантности и правильным общековариантным уравнениям поля. И здесь влияние Эйнштейна на Гильберта должно было быть весьма существенным¹⁵.

¹⁵ Впрочем, здесь ситуация может быть несколько сложнее, поскольку, как известно, Гильберт (в ответ на эйнштейновское письмо от 7 ноября и корректуру первой ноябрьской статьи Эйнштейна) написал письмо (8–9 ноября), которое до сих пор не найдено. В этом письме могли содержаться какие-то идеи о возможности сведения электромагнетизма (и структуры материи) к гравитации. И тогда это могло стимулировать эйнштейновскую идею об электромагнитно-подобном строении материи ($T = 0$) и о роли гравитации в этой структуре, приводящей к тому, что $(T + t) \neq 0$, где t — след аналогичного тензора энергии-импульса гравитационного поля. Менее вероятно, что изложение этой идеи Эйнштейном в письме к Гильберту от 12 ноября повлияло на работу Гильберта, который уже в письме к Эйнштейну от 13 ноября рассказывает довольно обстоятельно о своей теории. К тому времени, когда Эйнштейн получает высланную по его просьбе Гильбертом корректуру доклада последнего, он (Эйнштейн) уже отходит от своей " $T = 0$ -гипотезы", о чем свидетельствует примечание 4 к эйнштейновской работе о перигелии Меркурия, датированной 18 ноября.

Первоначальную версию гильбертовского доклада (корректуру) Эйнштейн видел за неделю до представления своей последней ноябрьской работы. Но в ней не обнаруживается ни малейших следов какого-либо влияния Гильберта и его теории. Эйнштейн, наконец, достигает полной общей ковариантности уравнений гравитации, не прибегая для этого к " $T = 0$ -гипотезе" о структуре материи, в то время как Гильберт, напротив, исходя из общей ковариантности, затем ограничивает ее, опираясь на соображения, родственные тем, которые Эйнштейн использовал в 1913–1914 гг. и от которых в конце концов отказался.

Гильберт же при подготовке окончательной версии доклада, несомненно, опирался на последнюю работу Эйнштейна, ссылаясь на нее непосредственно. Он отказывается от идеи ограничения общей ковариантности полевых уравнений на основе принципов причинности и сохранения энергии-импульса, а также явным образом выписывает правильные общековариантные уравнения гравитации с "половинным" членом. Кстати говоря, в 1916 г., подготавливая к печати "Основания физики (второе сообщение)" [53], Гильберт, по существу, уходит от своей теории и занимается "общими вопросами как логического, так и физического характера" именно общей теории относительности. В частности, он тщательно обсуждает и проблему причинности, и некоторые операционально-измерительные аспекты ОТО, после чего переходит к интегрированию эйнштейновских уравнений тяготения, ссылаясь на работы Эйнштейна и Шварцшильда 1916 г. Гильбертовский анализ проблемы причинности в ОТО был высоко оценен Паули и другими релятивистами. О переходе Гильберта к изучению проблемы ОТО и о его вкладе в эту теорию — см. [18, 22].

На последней странице "Оснований физики (второе сообщение)" появляется "опережающая ссылка" на В. Фредерикса, который готовил публикацию о задаче Шварцшильда [53, с. 53]. Это — российский физик Всеволод Константинович Фредерикс, который во время войны (1-й мировой) был интернирован и которого Гильберт не без труда сумел определить на место своего ассистента. Фредерикс в 1918 г. вернулся в Россию. В 1921 г. во втором выпуске *Успехов физических наук* опубликовал одно из первых изложений ОТО на русском языке; причем скорее по Гильберту, чем по Эйнштейну [18, 56]! Но это уже другая история, история восприятия теории относительности в России и СССР.

Список литературы

- Hertz H *Untersuchungen über die Ausbreitung der elektrischen Kraft* (Leipzig: J.A. Barth, 1892)
- Мандельштам Л И "Лекции по основам квантовой механики (теория косвенных измерений)" (1939), в сб. Мандельштам Л И *Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике* (М.: Наука, 1972) с. 325–388
- Фейнман Р *Характер физических законов* (М.: Мир, 1968)
- Кобзарев И Ю, Манин Ю И *Элементарные частицы. Диалоги физика и математика* (М.: Фазис, 1997)
- Логунов А А *Теория гравитационного поля* (М.: Наука, 2000)
- Паули В *Теория относительности* (М.-Л.: ГИТТЛ, 1947)
- Визгин В П *Релятивистская теория тяготения (источники и формирование. 1900–1915 гг.)* (М.: Наука, 1981)
- Guth E "Contribution to the history of Einstein's geometry as a branch of physics", in *Relativity: Proc. Relativity Conf., Midwest, Cincinnati, 1969* (Eds M Carmeli, S I Fickler, L Witten) (New York: Plenum Press, 1970) p. 161
- Визгин В П *Развитие взаимосвязи принципов инвариантности с законами сохранения в классической физике* (М.: Наука, 1972)
- Ryenson L R "The Goettingen reception of Einstein's general theory of relativity", Ph.D. Dissertation (Baltimore, Maryland: The Johns Hopkins University, 1974)
- Mehra J *Einstein, Hilbert, and the Theory of Gravitation. Historical Origins of General Relativity* (Dordrecht: D. Reidel Publ. Co., 1974)
- Earman J, Glymour C "Einstein and Hilbert: Two months in the history of general relativity" *Arch. Hist. Exact Sci.* **19** 291 (1978)
- Pais A "Subtle is the Lord...". *The Science and the Life of Albert Einstein* (Oxford: Oxford Univ. Press, 1982) [Русск. пер.: Паис А *Научная деятельность и жизнь Альберта Эйнштейна* (М.: Наука, 1989)]
- Hilbert D "Die Grundlagen der Physik". (Erste Mitteilung; Erste Korrektur. 6 Dez. 1915, Göttingen), Staats-und Universitätsbibliothek Goettingen (Handschriftenabteilung), Cod. Ms. D. Hilbert 634
- Corry L, Renn J, Stachel J "Belated decision in Hilbert–Einstein priority dispute" *Science* **278** 1270 (1997)
- Corry L "David Hilbert and the axiomatization of physics (1894–1905)" *Arch. Hist. Exact Sci.* **51** 83 (1997)
- Corry L "Hilbert on kinetic theory and radiation theory (1912–1914)" *Math. Intell.* **20** (3) 52 (1998)
- Визгин В П Комментарии и примечания к "Основаниям физики" (Первое и второе сообщения), в кн. Гильберт Д *Избранные труды* Т. 2 (Под ред. А Н Паршина) (М.: Факториал, 1998) с. 563
- Corry L "From Mie's electromagnetic theory of matter to Hilbert's unified foundations of physics" *Stud. Hist. Philos. Mod. Phys.* **B 30** (2) 159 (1999)
- Corry L "David Hilbert between mechanical and electromagnetic reductionism (1910–1915)" *Arch. Hist. Exact Sci.* **53** 489 (1999)
- Sauer T "The relativity of discovery: Hilbert's first note on the foundations of physics" *Arch. Hist. Exact Sci.* **53** 529 (1999)
- Renn J, Stachel J "Hilbert's foundation of physics: From a theory of everything to a constituent of general relativity". Preprint Max-Planck-Inst. für Wissenschaftsgeschichte № 118 (Berlin: Max-Planck-Inst. für Wissenschaftsgeschichte, 1999) 113 p.
- Renn J, Sauer T "Heuristics and mathematical representation in Einstein's search for a gravitational equation", in *The Expanding Worlds of General Relativity* (Einstein Studies, Vol. 7, Eds H Goenner, J Renn, J Ritter, T Sauer) (Boston: Birkhäuser, 1999) p. 87–125
- Stachel J "New light on the Einstein-Hilbert priority question" *J. Astrophys. Astron.* **20** 91 (1999)
- Визгин В П *Единые теории поля в первой трети XX века* (М.: Наука, 1985)
- Vizgin V P *Unified Field Theories in the First Third of the 20th Century* (Basel: Birkhäuser, 1994) XIX, 335 p.
- Corry L "Hilbert and Physics (1900–1915)", Preprint Max-Planck-Inst. für Wissenschaftsgeschichte № 43 (Berlin: Max-Planck-Inst. für Wissenschaftsgeschichte, 1996)
- Norton J "What was Einstein principle of equivalence?", in *Einstein and the History of General Relativity: The Proc. of the 1986 Osgood Hill Conf., North Andover, Mass., May 1986* (Einstein Studies, Vol. 1, Eds D Howard, J Stachel) (Boston: Birkhäuser, 1989) p. 5
- Stachel J "Einstein's search for general covariance, 1912–1915", in *Einstein and the History of General Relativity: The Proc. of the 1986 Osgood Hill Conf., North Andover, Mass., May 1986* (Einstein Studies, Vol. 1, Eds D Howard, J Stachel) (Boston: Birkhäuser, 1989) p. 63
- Norton J "How Einstein Found His Field Equations, 1912–1915", in *Einstein and the History of General Relativity: The Proc. of the 1986 Osgood Hill Conf., North Andover, Mass., May 1986* (Einstein Studies, Vol. 1, Eds D Howard, J Stachel) (Boston: Birkhäuser, 1989) p. 101
- Визгин В П "Генезис тензорно-геометрической концепции гравитации (1912–1913)", в кн. *Историко-математические исследования* Вып. XXVI (М.: Наука, 1982) с. 235
- Визгин В П "Роль идеи Э. Маха в генезисе общей теории относительности", в кн. *Эйнштейновский сборник 1986–1990* (М.: Наука, 1990) с. 49
- Нортон Дж "Борьба Эйнштейна за общую ковариантность", в кн. *Эйнштейновский сборник 1982–1983* (М.: Наука, 1986) с. 57

34. Renn J, Sauer T "Einstein's Züricher Notizbuch. Die Entdeckung der Feldgleichungen der Gravitation im Jahre 1912", Preprint Max-Planck-Inst. für Wissenschaftsgeschichte № 28 (Berlin: Max-Planck-Inst. für Wissenschaftsgeschichte, 1995)
35. Einstein A *The Collected Papers of Albert Einstein* Vol. 4 *The Swiss Years: Writings, 1912–1914* (Eds M J Klein et al.) (Princeton, N.J.: Princeton Univ. Press, 1995)
36. Einstein A *The Collected Papers of Albert Einstein* Vol. 5 *The Swiss Years: Correspondence, 1902–1914* (Eds M J Klein et al.) (Princeton, N.J.: Princeton Univ. Press, 1993)
37. Einstein A *The Collected Papers of Albert Einstein* Vol. 6. *The Berlin Years: Writings, 1914–1917* (Eds A J Kox et al.) (Princeton, N.J.: Princeton Univ. Press, 1996)
38. Einstein A *The Collected Papers of Albert Einstein* Vol. 8 *The Berlin Years: Correspondence, 1914–1918* (Eds R Schulmann et al.) (Princeton, N.J.: Princeton Univ. Press, 1998)
39. Эйнштейн А *Собрание научных трудов* Т. 1 (Под ред. И Е Тамма и др.) (М.: Наука, 1965)
40. "Из переписки Зоммерфельда с Эйнштейном", в кн. Зоммерфельд А *Пути познания в физике* (М.: Наука, 1973) с. 191
41. "Переписка А. Эйнштейна с М. Бессо, 1903–1955", в кн. *Эйнштейновский сборник. 1974* (М.: Наука, 1976) с. 5
42. Гильберт Д "Основания физики (Первое сообщение)" (Пер. Д В Жаркова), в кн. *Вариационные принципы механики* (Под ред. Л С Полака) (М.: ГИФМЛ, 1959) с. 589
43. Гильберт Д "Основания физики (Первое сообщение)", в кн. А. Эйнштейн и теория гравитации (М.: Мир, 1979) с. 133
44. Гильберт Д "Основания физики. (Первое сообщение)" (Пер. Д В Жаркова), в кн. *Избранные труды* Т. 2 (М.: Факториал, 1998) с. 367
45. Вейль Г "Давид Гильберт и его математические труды", в кн. *Избранные труды* Т. 2 (Приложение) (М.: Факториал, 1998) с. 480
46. Гильберт Д "Математические проблемы (1901)", в кн. *Избранные труды* Т. 2 (М.: Факториал, 1998) с. 401
47. Born M "Der Impuls-Energie-Satz in der Elektrodynamik von Gustav Mie" *Göttingen Nachr.* 23 (1914)
48. Эйнштейн А "К современному состоянию проблемы излучения", в кн. *Собрание научных трудов* Т. 3 (М.: Наука, 1966) с. 164
49. Вейль Г *Пространство, время, материя* (М.: Янус, 1996)
50. Эйнштейн А "Основы общей теории относительности", в кн. *Собрание научных трудов* Т. 1 (М.: Наука, 1966) с. 452
51. Нетер Э "Инвариантные вариационные задачи", в кн. *Вариационные принципы механики* (Под ред. Л С Полака) (М.: Физматгиз, 1959) с. 611
52. Мизнер Ч, Торн К, Уилер Дж *Гравитация* Т. 2 (М.: Мир, 1977)
53. Гильберт Д "Основания физики. (Второе сообщение)" (Пер. Д В Жаркова), в кн. *Избранные труды* Т. 2 (М.: Факториал, 1998) с. 379
54. Hilbert D "Die Grundlagen der Physik" *Math. Ann.* 92 1 (1924)
55. Логунов А А "Предисловие научного редактора перевода", в кн. Пайс А *Научная деятельность и жизнь Альберта Эйнштейна* (М.: Наука, 1989) с. 5
56. Фредерикс В К "Общий принцип относительности Эйнштейна" *УФН* 2 (2) 162 (1921); воспроизведено: *УФН* 169 1339 (1999)

On the discovery of the gravitational field equations by Einstein and Hilbert: new materials

V.P. Vizgin

*S.I. Vavilov Institute of Natural Sciences and Technology
Staropanskiy per. 1/5, 103012 Moscow, Russian Federation
Tel. (7-095) 928-1969
Fax (7-095) 925-9911
E-mail: vizgin@ihst.ru*

The paper relates the history of the discovery of the gravitational field equations by A. Einstein and D. Hilbert in November 1915. New insight into the subject was gained from the proof-sheet, discovered in 1997 in the University of Goettingen archive, of Hilbert's talk he made on 20 November 1915 and published in March 1916. The history of the development of the general theory of relativity prior to the discovery of the generally covariant gravitational field equations is also discussed.

PACS numbers: **01.65. + g, 04.20. – q**

Bibliography — 56 references

Received 4 April 2001